

Diplom–Vorprüfung bzw. Bachelor–Modulprüfung
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen und Geodäsie

Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 6 & -4 & 6 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume von A .
- Untersuchen Sie, ob A diagonalisierbar ist. Ermitteln Sie, falls möglich, eine reguläre Matrix S so, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat, und bestimmen Sie $S^{-1}AS$.
- Gibt es eine von der Nullmatrix verschiedene 3×3 -Matrix B , für die

$$AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

gilt? Falls ja, geben Sie ein derartiges B an.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x, y) = \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2y^2 + 3y^2 - 6y, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

- Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema von f und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Maximal- oder Minimalstellen handelt.
- Untersuchen Sie, ob die Funktion f auf der Menge

$$M := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$$

Maximum und Minimum annimmt, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Das Vektorfeld $\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei definiert durch

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} y^2 \\ 2xy + x \end{pmatrix}, \quad (x, y) \in \mathbb{R}^2.$$

Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes in der Ebene das Kurvenintegral

$$\oint_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s},$$

wobei γ den positiv orientierten Rand der Menge

$$G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 4 < y < 5\}$$

bezeichne.

b) Gegeben sei das Vektorfeld

$$\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (x, y) \mapsto \begin{pmatrix} (1 + 2xy)g(xy) \\ 2x^2g(xy) + 1 \end{pmatrix},$$

wobei $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetig differenzierbare Funktion ist.

Bestimmen Sie g so, dass \vec{v} ein Potentialfeld auf \mathbb{R}^2 ist und $g(0) = 2$ gilt, und ermitteln Sie für dieses g ein Potential von \vec{v} .

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, den 26.03.2010, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

www.math.kit.edu/iana1

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 14.04.2010, von 14:00 Uhr bis 16:00 Uhr im Benz-Hörsaal statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 19.04.2010 bis 23.04.2010 im Allianz-Gebäude 05.20.