

**Diplom-Vorprüfung**  
**Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

- a) Sei  $D$  das Innere des Einheitskreises. Berechne

$$\iint_D \exp(x^2 + y^2) dx dy$$

mittels Polarkoordinaten.

- b) Bestimme den Inhalt des Flächenstücks, welches durch

$$x + y + z = 1 \quad \text{und} \quad x^2 + 2y^2 \leq 1$$

definiert ist.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

- a) Finde, falls vorhanden, die Extrema der Funktion

$$f(x, y, z) = x + y + z$$

unter den Nebenbedingungen

$$x^2 - y^2 = 1 \quad \text{und} \quad 2x + z = 1.$$

- b) Zeige:  $xy + z + 3xz^5 = 4$  ist nach  $z = z(x, y)$  auflösbar in der Nähe des Punktes  $(x, y, z) = (1, 0, 1)$ . Berechne  $\frac{\partial z}{\partial x}$  und  $\frac{\partial z}{\partial y}$  in  $(x, y) = (1, 0)$ .

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Sei  $S$  eine geschlossene Oberfläche eines Gebietes  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ .  $F$  sei ein stetig differenzierbares Vektorfeld, welches tangential an die Oberfläche  $S$  ist. Berechne  $\int_{\Omega} (\operatorname{div} F) dV$ . (Begründung)
- b) Sei  $F(x, y) = \begin{pmatrix} xy \\ y^2 \end{pmatrix}$  und sei  $c$  der Weg entlang  $y = 2x^2$ , welcher  $(0, 0)$  mit  $(1, 2)$  in  $\mathbb{R}^2$  verbindet. Berechne das Wegintegral  $\int_c \langle F, \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix} \rangle$ . Hängt der Wert des Integrals vom gewählten Weg ab?

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

- a) Bestimme die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

- b) Bestimme die Lösung der Gewöhnlichen Differentialgleichung

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -x_1 + 2x_2 + x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_2 + 2x_3 \\ \dot{x}_3 &= 4x_2 - x_3 \end{aligned}$$

zur Anfangsbedingung  $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (1, 0, 0)$ .

### Hinweise für nach der Klausur:

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Donnerstag, dem 1. April 2004, vor dem Sekretariat aus und können auch im Internet abgerufen werden:

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Dienstag, dem 20. April 2004, von 13.15 bis 13.45 Uhr im S 31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 26. April bis 30. April 2004.