

Klausur

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Physik

Aufgabe 1 ((6+4) Punkte)

- a) Berechnen Sie

$$\int_E y^2 z \, d\mu,$$

wobei $E \subset \mathbb{R}^3$ das Gebiet ist, das innerhalb der Kugel $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 9\}$, oberhalb der Ebene $z = 0$, und zwischen den Zylindern $x^2 + y^2 = 1$ und $x^2 + y^2 = 4$ liegt.

- b) Berechnen Sie

$$\int_0^{\sqrt[5]{\pi^2}} \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt[5]{\pi}} y \sin(x^5) \, dx \, dy.$$

Aufgabe 2 ((5+5) Punkte)

- a) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = 2x^3 + x^2 + y^4.$$

Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f und deren Typ (lokales Minimum bzw. lokales Maximum).

- b) Berechnen Sie das Maximum der Funktion $g(x, y) = x^2 y^3$ auf der Menge $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 = 1\}$.

Aufgabe 3 ((6+4) Punkte)

- a) Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \frac{1}{2 + \sin(xy^2)}$.
- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $\partial_x f$ und $\partial_y f$.
 - Berechnen Sie das Taylorpolynom erster Ordnung der Funktion f im Entwicklungspunkt $(\pi^3, \frac{1}{\pi})$.
- b) Für $\varrho > 0$ sei $B_\varrho = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 < \varrho^2\}$. Sei nun $\Omega = B_3 \setminus B_2$. Berechnen Sie mit Hilfe des Integralsatzes von Gauß

$$\int_{\partial\Omega} \left(x^2 y z^2 - \frac{1}{2} y^3 z^2 + z^2 \right) d\sigma.$$

Aufgabe 4 ((6+4) Punkte)

- a) Sei $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 3, y^2 + z^2 = 1 + (x - 1)^2\}$ und sei $K \subset \mathbb{R}^3$ der kompakte Körper, der durch M und die Ebenen $x = 0$ und $x = 3$ berandet wird. Sei n die stetige Einheitsnormale auf M , die ins Äußere von K zeigt.
- Das Vektorfeld G sei gegeben durch $G(x, y, z) = (\sin(x^2), -z, y)$ und es sei $F = \operatorname{rot} G$. Berechnen Sie den Fluss von F durch die mit n orientierte Fläche M .
- b) Sei $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, $\gamma(t) = 2i + \frac{5}{2}e^{it}$. Berechnen Sie

$$\int_\gamma \frac{z^2 - 3}{z^2(z^2 + 1)} dz.$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab **11.04.2014**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **16.04.2014**, von 16.00 bis 18.00 Uhr im HS Benz (Geb. 10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **22.04.2014** bis **25.04.2014** im Allianzgebäude 05.20 (3. OG).