

## Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

### Bachelor-Modulprüfung

#### Aufgabe 1: (6 + 4 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) + 4xy'(x) + (4x^2 + 2)y(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}.$$

**Hinweis:** Es existiert eine partikuläre Lösung der Form  $y_1(x) = e^{\alpha x^2}$  mit  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

- (b) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) + y(x) = 4 \sin x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

#### Aufgabe 2: (7 + 3 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung (in impliziter Form) der Differentialgleichung

$$2x dx + (x^2 + y^2 + 2y) dy = 0$$

durch Bestimmung eines integrierenden Faktors.

- (b) Bestimmen Sie für

$$(y + xy + \sin y) dx + (x + \cos y) dy = 0$$

einen integrierenden Faktor der Form  $\mu(x, y) = e^{\alpha x + \beta y}$  mit  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

#### Aufgabe 3: (10 Punkte)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + e^{-t} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}.$$

#### Aufgabe 4: (6 + 4 Punkte)

- (a) Lösen Sie das Randwertproblem

$$\begin{aligned} \partial_x u(x, y) + u(x, y) \partial_y u(x, y) &= 6x, & (x, y) &\in \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}, \\ u(0, y) &= 3y, & y &\in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

— Bitte wenden! —

(b) Lösen Sie

$$\begin{aligned}i\partial_t u(x, t) + \partial_{xx} u(x, t) &= 0, & (x, t) \in \mathbb{R}^2 \\ u(0, 0) &= 0, \\ \partial_x u(0, 0) &= 1\end{aligned}$$

mit Hilfe des Separationsansatzes  $u(x, t) = e^{it}v(x)$ .

**Hinweise für nach der Klausur:** Die Klausurergebnisse finden Sie ab Freitag, dem 10.04.2015, unter

<http://www.math.kit.edu/iana1/de>

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, dem 15.04.2015, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Fasanengarten-Hörsaal (Geb. 50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 20.04.2015 bis 24.04.2015.

<http://www.math.kit.edu/iana1/edu/hm3etec2014w/>