

Bachelor – Modulprüfung
Höhere Mathematik III
für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (5 + 5 Punkte)

- a) Lösen Sie für $x > 0$ das folgende Riccati'sche Anfangswertproblem

$$y' + \frac{1}{x^2}y^2 = -\frac{1}{4}, \quad y(1) = 0.$$

Hinweis: Die Differentialgleichung hat eine Lösung der Form $\varphi(x) = ax$ für ein $a \in \mathbb{R}$.

- b) Bestimmen Sie alle Lösungen von

$$(y^2 - x^2) dx - 2xy dy = 0.$$

Hinweis: Es gibt einen integrierenden Faktor, der nur von einer Variablen abhängt.

Aufgabe 2 (5 + 5 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A := \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 10 & -4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}.$$

- a) Berechnen Sie e^{tA} für $t \in \mathbb{R}$.
b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\vec{y}'(t) = A\vec{y}(t) + \begin{pmatrix} 4t \\ -2t \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3 (6 + 4 Punkte)

- a) Geben Sie die allgemeine (reelle) Lösung der folgenden Differentialgleichung an:

$$x^2y'' + xy' - y = x \ln(x), \quad x > 0.$$

- b) Lösen Sie mit einem gewöhnlichen Potenzreihenansatz das Anfangswertproblem

$$y''(x) - 2xy'(x) + 12y(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Lösen Sie mit einem Separationsansatz die eindimensionale Wellengleichung

$$\partial_{tt}u(x, t) = \partial_{xx}u(x, t) \quad \text{in } (0, 2) \times (0, \infty),$$

$$u(0, t) = u(2, t) = 0 \quad \text{für } t > 0,$$

$$u(x, 0) = \sin\left(\frac{3\pi}{2}x\right) \quad \text{für } x \in [0, 2],$$

$$u_t(x, 0) = \sin(3\pi x) \quad \text{für } x \in [0, 2].$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die **Klausurergebnisse** hängen ab Freitag, dem **11.10.2013**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, dem **23.10.2013**, von 16 bis 18 Uhr im Fasanengarten-Hörsaal (HS a.F.) (Geb. 50.35) statt.

Die **mündlichen Nachprüfungen** sind in der Woche vom **28.10.2013** bis **31.10.2013** im Allianzgebäude (Geb. 05.20).