

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

Bachelor-Modulprüfung

Aufgabe 1: (5 + 5 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) - y^2(x) + 2e^x y(x) = e^{2x} + e^x \quad \text{mit} \quad y(0) = 2.$$

Hinweis: Die Funktion $\phi(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\phi(x) = e^x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist eine partikuläre Lösung der obigen Differentialgleichung.

- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y'''(x) - 3y''(x) + 3y'(x) - y(x) = e^x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2: (5 + 5 Punkte)

- (a) Finden Sie eine nichttriviale Lösung der Form $y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ mit $a_n \in \mathbb{R}$ für

$$x(1-x)y''(x) + 2(1-x)y'(x) + 2y(x) = 0, \quad 0 < x < 1.$$

- (b) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''(x) - \frac{1}{x}y'(x) + \frac{1}{x^2}y(x) = 2x, \quad x > 0.$$

Hinweis: Die Funktion $\phi(x) : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $\phi(x) = 2x$ für alle $x \in \mathbb{R}$ ist eine Lösung der zugehörigen homogenen Differentialgleichung.

Aufgabe 3: (10 Punkte)

Berechnen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$\vec{y}'(t) = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(t) + e^{2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 4: (5 + 5 Punkte)

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} 2xt\partial_x u(x, t) + \partial_t u(x, t) &= u(x, t), & (x, t) &\in \mathbb{R} \times \mathbb{R}, \\ u(x, 0) &= x, & x &\in \mathbb{R} \end{aligned}$$

mittels

(a) des Charakteristikenverfahrens bzw.

(b) des Separationsansatzes $u(x, t) = f(x)g(t)$.

Hinweis: Für den Separationsansatz kann es hilfreich sein, die Differentialgleichung in der Form

$$2x\partial_x u(x, t) + \frac{1}{t}\partial_t u(x, t) = \frac{1}{t}u(x, t), \quad (x, t) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$$

zu betrachten.

Hinweise für nach der Klausur: Die Klausurergebnisse hängen ab Freitag, dem 16.10.2015, am Schwarzen Brett neben Zimmer 2.027 (Kollegiengebäude Mathematik (Geb. 20.30)) aus und liegen unter:

<http://www.math.kit.edu/iana1/de>

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, dem 21.10.2015, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Tulla-Hörsaal (Geb. 11.40) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen finden in der Woche vom 26.10.2015 bis 30.10.2015 im Kollegiengebäude Mathematik (Geb. 20.30) statt.

<http://www.math.kit.edu/iana1/edu/hm3etec2014w/>