

**Diplom-Vorprüfung**  
**Höhere Mathematik III für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen, Physik und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

- a) Berechnen Sie alle Nullstellen der Funktion  $f(z) = \sinh(z)$ ,  $z \in \mathbb{C}$ .
- b) Es sei  $S = \{z \in \mathbb{C} / \operatorname{Re}(z) > 0, 0 < \operatorname{Im}(z) < \pi\}$ .  
Begründen Sie, dass die Funktion  $f$ ,  $f(z) = \cosh(z)$ ,  $z \in S$ , konform ist.  
Bestimmen und skizzieren Sie  $f(S)$ .
- c) Geben Sie eine konforme Abbildung  $h$ ,  $w = h(z)$  an, durch die  $S$  auf  $\{w / |w| < 1\}$  abgebildet wird und die  $h(0) = 1$ ,  $h(i\frac{\pi}{2}) = -i$ ,  $h(i\pi) = -1$  erfüllt.

Begründen Sie Ihre Ausführungen.

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

Es sei  $G = \{z \in \mathbb{C} / |z| < R, \operatorname{Im}(z) > 0\}$  mit  $R > 1$ .  $\Gamma_R$  bezeichne den positiv durchlaufenen Rand von  $G$ .

- a) Es sei  $\alpha > 0$ . Begründen Sie, dass das Integral

$$\int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\sin x \cos x - x}{x^2} dx$$

existiert und berechnen Sie es.

b) Berechnen Sie  $\int_{\Gamma_R} \frac{e^{2iz} - 1 - 2iz}{z^2} dz$ .

- c) Berechnen Sie  $\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2} dx$ . Verwenden Sie hierzu a) und b).

**Aufgabe 3 (10 Punkte)**

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung für  $y = y(x)$ ,  $x > 0$ :

$$x^2 y'' + x(1+x^2)y' - (1-x^2)y = 2x^3.$$

Zur Lösung der homogenen Gleichung mache man den Ansatz  $u(x) = x^s$ .

**Aufgabe 4 (10 Punkte)**

Berechnen Sie alle Lösungen  $y = y(x)$  der Differentialgleichung

$$(1-y^2)y'' + yy'^2 = 0.$$

Geben Sie die Lösung an, die  $y(1) = 1$  und  $y(2) = \frac{5}{3}$  erfüllt.

**Viel Erfolg!**

**Nach der Klausur**

Die Ergebnisse der Vordiplomklausuren hängen ab Mittwoch, den 11. April, vor dem Sekretariat aus und können auch im Internet abgerufen werden:

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/~mi1/Schneider/HM/vd-f.html>

Die Klausureinsicht findet für diejenigen, die sich einer mündlichen Nachprüfung stellen müssen, am Mittwoch, dem 25. April, von 13.15 bis 13.45 Uhr im Seminarraum S31 (Mathematikgebäude) statt.

Ort und Termin für alle übrigen werden noch bekanntgegeben.

Die Nachprüfungen selbst sind in der Woche vom 30. April bis 4. Mai.