

Höhere Mathematik III für die Fachrichtung Physik

PD DR. PEER C. KUNSTMANN

DR. ANDREAS MÜLLER-RETTKOWSKI

Herbst 2014

23.09.2014

Bachelor-Modulprüfung

Aufgabe 1 [10 Punkte]

Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) = 2x + \frac{3}{4} \int_1^x \frac{y(t)}{t^2} dt, \quad y(1) = 1.$$

HINWEIS: Bestimmen Sie zunächst eine Differentialgleichung zweiter Ordnung, der y genügt.

Aufgabe 2 [4+6=10 Punkte]

Betrachtet werde das Anfangswertproblem

$$\begin{aligned} y''(x) + y'(x) + e^{-2x}y(x) &= e^{-3x} \\ y(\ln \frac{2}{\pi}) &= 0 \\ y'(\ln \frac{2}{\pi}) &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned} \tag{1}$$

- (a) Es sei $t = e^{-x}$. Welchem Anfangswertproblem genügt die durch $y(x) = u(e^{-x})$ definierte Funktion $u = u(t)$?
- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem (1).

Aufgabe 3 [10 Punkte]

Finden Sie eine Funktion $u \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$ mit

$$\begin{aligned} 2D_1u(x, y, z) + 3D_2u(x, y, z) + 4D_3u(x, y, z) &= 0 \\ u(x, y, 0) &= e^{x+y}. \end{aligned}$$

Aufgabe 4 [4+2+4 = 10 Punkte]

- (a) Berechnen Sie $A \in \mathbb{C}^{(3,3)}$ so, dass

$$e^{tA} = \begin{pmatrix} e^t \cos t & 0 & ie^t \sin t \\ 0 & e^t & 0 \\ ie^t \sin t & 0 & e^t \cos t \end{pmatrix}.$$

- (b) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t), \quad \vec{x}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

mit der Matrix A aus (a).

(c) Sei $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie

$$\sin(tB) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k t^{2k+1}}{(2k+1)!} B^{2k+1}.$$

Drücken Sie das Ergebnis in geschlossener Form durch elementare Funktionen aus.

VIEL ERFOLG!

NACH DER KLAUSUR: Die **Klausurergebnisse** können voraussichtlich ab Mittwoch, den 15.10.2014, am schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianzgebäude 05.20) und auf der Vorlesungswebseite <http://www.math.kit.edu/iana1/> eingesehen werden.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 22.10.2014, von 16:00 Uhr bis 18:00 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Gebäude 50.35) statt.

Die **mündlichen Nachprüfungen** sind in der Woche vom 27.10.2014 bis 31.10.2014.