

Bachelor–Modulprüfung
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5 + 5 Punkte)

a) Es sei $r > 1$. Skizzieren Sie $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4$ in der komplexen Ebene:

$$\begin{aligned}\gamma_1 : z_1(t) &= t, & -r \leq t \leq -\frac{1}{r}, \\ \gamma_2 : z_2(t) &= \frac{1}{r} e^{it}, & \pi \leq t \leq 2\pi, \\ \gamma_3 : z_3(t) &= t, & \frac{1}{r} \leq t \leq r, \\ \gamma_4 : z_4(t) &= r e^{it}, & 0 \leq t \leq \pi.\end{aligned}$$

Berechnen Sie

$$\int_{\gamma} \frac{1 - e^{iz}}{z^2} dz.$$

b) Berechnen Sie

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \cos(t)}.$$

Hinweis: Schreiben Sie $\cos(t)$ mit Hilfe der Exponentialfunktion und stellen Sie das Integral als Kurvenintegral über die Einheitskreislinie in \mathbb{C} dar.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Berechnen Sie $y = y(t), t \geq 0$, mit

$$y''(t) + 2y'(t) + 5y(t) = 5, \quad y(0) = 0, \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$$

mittels der Laplacetransformation.

Hinweis: Eine Stammfunktion von $e^{at} \sin(bt)$ ist

$$\frac{e^{at}}{a^2 + b^2} (a \sin(bt) - b \cos(bt)).$$

Viel Erfolg!

Hinweise für nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Mittwoch, **23.03.2011**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.math.kit.edu/iana1>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **13.04.2011**, von 14.00 bis 16.00 Uhr im Benz-Hörsaal (Geb. 10.21) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **18.04.2011** bis **21.04.2011** im Allianzgebäude 05.20.