

Bachelor-Modulprüfung
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5 + 3 + 2 = 10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie mit der Laplacetransformationsmethode die Lösung $y : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = te^{2t}, \quad t \geq 0,$$

die den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(0) = 2$$

genügt.

- b) Im folgenden sei jeweils ein System mit Eingang u und Ausgang y gegeben durch die Differentialgleichung $ay''' + by'' + cy' + dy = u$, wobei $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

(i) Es gelte $a = 1, b = 4, c = 9$ und $d = 10$. Skizzieren Sie das Poldiagramm des Systems.

(ii) Die Sprungantwort des Systems sei gegeben durch

$$h(t) = \left(\frac{1}{2}e^{2t} - e^t + \frac{1}{2} \right) \sigma(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Bestimmen Sie die zugehörigen Konstanten a, b, c, d .

- c) Die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ -2(t+1)^2 \cos(3t) & \text{für } t \in [0, 3\pi) \\ 5e^{-t} & \text{für } t > 3\pi \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Bestimmen Sie die distributionelle Ableitung DT_f von T_f .

Aufgabe 2 (4 + 3 + 3 = 10 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Kurvenintegrale, bei denen die Kreislinien jeweils positiv orientiert sind und einmal durchlaufen werden.

a)

$$\int_{|z-2|=2} \frac{3}{(z^2 - 1)^2} dz.$$

b)

$$\int_{|z|=1} \frac{1}{e^{2z} - 1} dz.$$

c)

$$\int_{|z-3|=2} z \sin\left(\frac{1}{z-2}\right) dz.$$

Viel Erfolg!**Nach der Klausur:**

Die Klausurergebnisse hängen ab Dienstag, den 26.03.2013, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

www.math.kit.edu/iana1

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 17.04.2013, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Benz-Hörsaal statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 22.04.2013 bis 26.04.2013 im Allianz-Gebäude 05.20.