

**Bachelor–Modulprüfung**  
**Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

**Aufgabe 1 (3+4+3=10 Punkte)**

- a) Bestimmen Sie mit der Laplacetransformationsmethode die Lösung  $y: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  der Differentialgleichung

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = e^{-2t}, \quad t \geq 0,$$

die den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 0 \quad \text{und} \quad y'(0) = 2$$

genügt.

- b) Ein System mit Eingang  $u$  und Ausgang  $y$  sei durch die Differentialgleichung

$$y'' + 5y' + 6y = 2u' + 5u$$

gegeben.

- i) Bestimmen Sie die zugehörige Impulsantwort  $g(t)$ .
- ii) Die Sprungantwort des Systems werde mit  $h(t)$  bezeichnet. Untersuchen Sie, ob der Grenzwert  $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$  existiert, und berechnen Sie diesen gegebenenfalls.
- c) Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < \pi/2 \\ \sin(t) & \text{für } t \in [\pi/2, \pi) \\ \cos(t) & \text{für } t \geq \pi \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Ermitteln Sie die distributionelle Ableitung  $DT_f$  von  $T_f$ .

*Hinweis für Hörer aus dem SS 2008:  $T_f \equiv [f]$ .*

## Aufgabe 2 (4+3+3=10 Punkte)

Berechnen Sie für  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$  die folgenden Kurvenintegrale:

a)  $\int_{|z|=2} \frac{z-1}{z^3+z^2} dz = \int_{\gamma} \frac{z-1}{z^3+z^2} dz, \quad \text{wobei } \gamma(t) = 2e^{it};$

b)  $\int_{|z-i|=2} \frac{e^z}{(z-1)(z+2)} dz = \int_{\gamma} \frac{e^z}{(z-1)(z+2)} dz, \quad \text{wobei } \gamma(t) = i + 2e^{it};$

c)  $\int_{|z|=3} z^2 e^{1/z} dz = \int_{\gamma} z^2 e^{1/z} dz, \quad \text{wobei } \gamma(t) = 3e^{it}.$

Die Kurve, über die integriert wird, ist dabei also jeweils die positiv orientierte Kreislinie.

**Viel Erfolg!**

### Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Dienstag, den **13.10.2009**, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/user/mi1/Schneider/HM/kai-h.html>

im Internet.

Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den **21.10.2009**, von 14:00 Uhr bis 16:00 Uhr im HS 93 (Gebäude 10.81) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 26.10.2009 bis 30.10.2009 im Allianz-Gebäude 05.20.