Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. A. Müller-Rettkowski

Herbst 2010
20.09.2010

Bachelor–Modulprüfung
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5 + 5 = 10 Punkte)

a) Es sei γ die positiv orientierte Kreislinie um 1 mit Radius $\frac{\pi}{2}$. Berechnen Sie

$$\oint_\gamma \frac{\sin^2 \zeta}{\zeta^3 \cos \zeta}\, d\zeta\,.$$

b) **i)** Die Funktion $v\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ sei zweimal stetig differenzierbar. Unter welcher Voraussetzung an v gibt es eine auf $\mathbb{C}$ holomorphe Funktion, die v als Imaginärteil hat?

ii) Es sei $v(x,y) = 2xy + x$ $(x, y \in \mathbb{R})$. Bestimmen Sie alle holomorphen Funktionen $f\colon \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Im} f = v$. Geben Sie dabei $f = f(z)$ in einer Form an, bei der $\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z, \overline{z}$ und $|z|$ nicht explizit auftreten.

Aufgabe 2 (5 + 5 = 10 Punkte)

a) Ermitteln Sie eine Funktion $y\colon [0,\infty) \to \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$y(t) = t - e^t \int_0^t y(u)\, e^{-u}\, du$$

für alle $t \geqslant 0$ genügt.

b) Berechnen Sie eine Funktion $y\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ mit

$$\mathscr{L}(y)(s) = \frac{s+1}{s(s+2)^2} \qquad \text{für alle } s \in \mathbb{C} \text{ mit } \operatorname{Re}(s) > 0.$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:
Die Klausurergebnisse hängen ab Mittwoch, den 13.10.2010, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

`www.math.kit.edu/iana1`

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Mittwoch, den 20.10.2010, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Daimler-Hörsaal statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 25.10.2010 bis 29.10.2010 im Allianz-Gebäude 05.20.