

Bachelor-Modulprüfung
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5 + (1 + 1 + 1) + 2 = 10 Punkte)

- a) Bestimmen Sie mit der Laplacetransformationsmethode die Lösung $y: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ der Differentialgleichung

$$y''(t) - 6y'(t) + 9y(t) = e^{3t}, \quad t \geq 0,$$

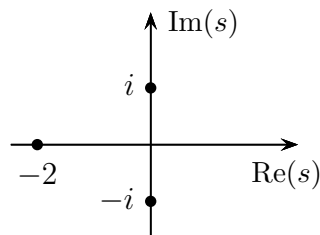
die den Anfangsbedingungen

$$y(0) = 1 \quad \text{und} \quad y'(0) = 2$$

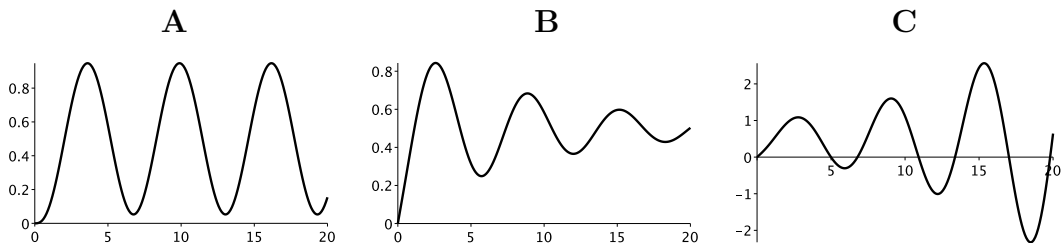
genügt.

- b) Im folgenden sei jeweils ein System mit Eingang u und Ausgang y durch die Differentialgleichung $ay''' + by'' + cy' + dy = u$ gegeben, wobei $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

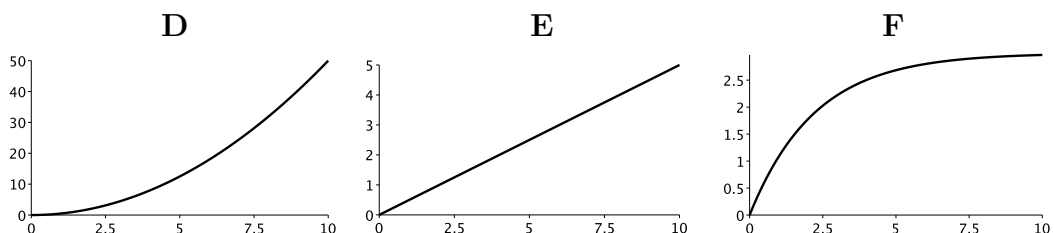
- i) Das Poldiagramm des Systems sei



Ordnen Sie diesem System die passende Sprungantwort **A**, **B** oder **C** zu. Begründen Sie Ihr Ergebnis.



- ii) Die Übertragungsfunktion des Systems laute $G(s) = \frac{1}{s^2}$. Ordnen Sie diesem System die passende Sprungantwort **D**, **E** oder **F** zu. Begründen Sie Ihr Ergebnis.



iii) Die Sprungantwort des Systems sei

$$h(t) = (-4e^{-3t} - 9 \cos(2t) - 6 \sin(2t) + 13) \sigma(t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Skizzieren Sie das Poldiagramm dieses Systems.

c) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ t^2 + 1 & \text{für } t \in [0, \pi) \\ \cos(t) & \text{für } t \in [\pi, \infty) \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Bestimmen Sie die distributionelle Ableitung DT_f von T_f .

Aufgabe 2 (6 + 4 = 10 Punkte)

a) Sei $r \in (0, \infty) \setminus \{1, 2\}$. Bestimmen Sie in Abhängigkeit von r den Wert des komplexen Kurvenintegrals

$$\int_{|z|=r} \frac{1}{(z^2 - 1)(z - 2)^3} dz.$$

(Hierbei sei die Kreislinie $|z| = r$ positiv orientiert.)

b) Die Funktion $F: \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$ sei definiert durch

$$F(z) = e^{-\frac{1}{z}} \sin\left(\frac{1}{z}\right).$$

Bestimmen Sie $\text{res}(F; 0)$ und berechnen Sie für $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}, t \mapsto 3 + 2e^{it}$, das Integral

$$\int_{\gamma} F(z) dz.$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse hängen ab Dienstag, den 09.10.2012, am Schwarzen Brett neben Zimmer 3A-17 (Allianz-Gebäude 05.20) aus und liegen unter

www.math.kit.edu/iana1

im Internet. Die **Klausureinsicht** findet am Donnerstag, den 18.10.2012, von 16:00 bis 18:00 Uhr im Tulla-Hörsaal (Geb. 11.40) statt. Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom 22.10.2012 bis 26.10.2012 im Allianz-Gebäude 05.20.