

1. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis I im Wintersemester 2017/18

19. Oktober 2017

Abgabe bis 26. Oktober 2017, 12:00 Uhr

Aufgabe 1:

Es seien $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie die Vorzeichen-, Annullierungs- und Bruchrechenregeln:

(i) $(-a) \cdot b = a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$, $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$,

(ii) $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0$ oder $b = 0$,

(iii) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$, falls $b \neq 0$ und $d \neq 0$,

(iv) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$, falls $b \neq 0$ und $d \neq 0$,

(v) $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$, falls $b \neq 0$, $c \neq 0$ und $d \neq 0$.

Aufgabe 2 (K):

Es seien $u, v, x, y, z \in \mathbb{R}$ und $\varepsilon > 0$. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(i) $2xy \leq \varepsilon^2 x^2 + \frac{1}{\varepsilon^2} y^2$,

(ii) $(x + y)^2 \leq (1 + \varepsilon^2) x^2 + (1 + \frac{1}{\varepsilon^2}) y^2$,

(iii) $xy + yz + zx \leq x^2 + y^2 + z^2$,

(iv) $||x - y| - |u - v|| \leq |x - u| + |y - v|$.

Aufgabe 3 (K):

(i) Bestimmen Sie jeweils die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, für die die folgenden Ungleichungen erfüllt sind:

(a) $|x + 7| - 2x \leq 5$,

(b) $4x \leq x^2 - 5$.

(ii) Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen ein Infimum, Supremum, Minimum bzw. Maximum haben, und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte:

(a) $A := \left\{ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} : x, y \in \mathbb{R}, x, y \geq 1 \right\}$,

(b) $B := \left\{ \frac{|x|x^2}{1+x^2} : x \in \mathbb{R} \right\}$

Aufgabe 4:

Es sei $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$ nach unten beschränkt mit $\inf A > 0$ und $B := \{b \in \mathbb{R} : \frac{1}{b} \in A\}$. Zeigen Sie, dass B nach oben beschränkt ist mit $\sup B = \frac{1}{\inf A}$.

Information

Alle Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb**, **Scheinkriterien**, **Tutorien**, **Prüfung**, **Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf unserer Webseite

<http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/ana12017w/de>