

## 15. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis I im Wintersemester 2017/18

8. Februar 2018

### Aufgabe 57:

Berechnen Sie die folgenden bestimmten bzw. unbestimmten Integrale.

(i) $\int_{-2}^2  x-1  dx,$	(ii) $\int xe^{(2x^2)} \sin(e^{(x^2)}) dx,$	(iii) $\int_0^{\pi/2} e^{\cos x} \sin x dx,$
(iv) $\int \sin(x) \cos(x) dx,$	(v) $\int_0^1 (1+2x)^3 dx,$	(vi) $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{6-2x^3}} dx,$
(vii) $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx,$	(viii) $\int_0^\pi x^2 \sin x dx,$	(ix) $\int e^{\sqrt{x}} dx,$
(x) $\int_1^e \frac{1}{x(1+\log(x))} dx,$	(xi) $\int_1^e \frac{\log x}{x} dx,$	(xii) $\int_0^{\pi/3} \tan x dx.$

### Aufgabe 58:

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe Riemannscher Summen.

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2},$	(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sin(k\pi/n),$
(iii) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} \log\left(\frac{n+k}{n}\right),$	(iv) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k \left(\sqrt[n^2]{3}\right)^{k^2}.$

### Aufgabe 59:

Es seien  $s < 0$  und  $t \in \mathbb{R}$ . Untersuchen Sie die folgenden uneigentlichen Integrale auf Konvergenz.

(i) $\int_1^\infty \frac{x\sqrt{x}}{(2x-1)^2} dx,$	(ii) $\int_2^\infty \frac{1}{x(\log(x))^2} dx,$
(iii) $\int_0^\infty \frac{x}{\sinh(x)-x} dx,$	(iv) $\int_0^\infty e^{sx} \cos(tx) dx,$
(v) $\int_0^\infty e^{-x} \log(1+x) dx,$	(vi) $\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt[4]{\cosh(x)-1}} dx,$
(vii) $\int_0^1 (\log(x))^4 dx,$	(viii) $\int_0^\infty \sqrt{x} \cos(x^2) dx.$

### Aufgabe 60:

(i) Es sei  $p \in \mathbb{Z}$  und  $f: [p, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  monoton fallend. Zeigen Sie:

$$\int_p^\infty f(x) dx \text{ ist konvergent} \Leftrightarrow \sum_{n=p}^\infty f(n) \text{ ist konvergent.}$$

(ii) Zeigen Sie, dass die *Fresnel-Integrale*

$$\int_0^\infty \sin(x^2) dx \quad \text{und} \quad \int_0^\infty \cos(x^2) dx$$

konvergieren.

## Anmeldung zum Übungsschein Analysis I

Die Anmeldung zum Übungsschein ist noch bis zum **08.02.2018** unter

<https://campus.studium.kit.edu/exams/registration.php>

möglich.

## Anmeldung zur Klausur Analysis I

Sobald die Übungsscheine verbucht sind, können Sie sich zur Klausur Analysis I anmelden. Die Anmeldung erfolgt ebenfalls über das Online-Portal (siehe oben). Ausnahmen sind Schülerstudierende, die sich bei Frau Ewald (Zimmer 3.029) persönlich anmelden.

Anmeldeschluss ist der **28.02.2018**.

Nähere Informationen finden Sie auf dem zweiten Merkblatt auf der Vorlesungshomepage.