

## 14. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis II im Sommersemester 2018

19. Juli 2018

### Aufgabe 53:

Seien  $I \subseteq \mathbb{R}$ ,  $I \neq \emptyset$  ein Intervall,  $A \in C(I, \mathbb{R}^{n \times n})$  und  $b \in C(I, \mathbb{R}^n)$ . Betrachten Sie das lineare, inhomogene System mit variablen Koeffizienten

$$y'(x) = A(x)y(x) + b(x) \quad (x \in I).$$

Weiter seien  $y_1, \dots, y_n: I \rightarrow \mathbb{R}^n$  Lösungen des zugehörigen homogenen Systems. Zeigen Sie, dass die Wronski-Determinante  $W: I \rightarrow \mathbb{R}$  von  $y_1, \dots, y_n$  die folgende Differentialgleichung löst:

$$W'(x) = \text{Spur}(A(x))W(x) \quad (x \in I).$$

*Hinweis:* Determinantenentwicklungssatz.

### Aufgabe 54:

Seien  $n \in \mathbb{N}$ ,  $I \subseteq \mathbb{R}$  ein Intervall,  $A \in C(I, \mathbb{R}^{n \times n})$ , und  $Y: I \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$  eine Fundamentalmatrix der Differentialgleichung  $y' = A(x)y$ . Weiter seien  $b \in C(I, \mathbb{R}^n)$  sowie  $x_0 \in I$  und  $y_0 \in \mathbb{R}^n$ . Zeigen Sie, dass die Lösung  $y \in C^1(I, \mathbb{R}^n)$  des Anfangswertproblems

$$y' = A(x)y + b(x), \quad y(x_0) = y_0$$

gegeben ist durch

$$y(x) = Y(x)Y(x_0)^{-1}y_0 + Y(x) \int_{x_0}^x Y(t)^{-1}b(t) dt.$$

### Aufgabe 55:

- (i) Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem von  $y' = Ay$ , sowie die Lösung des Anfangswertproblems  $y' = Ay$ ,  $y(0) = (0, 0, 1)^T$ , wobei

$$A = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & -7 & -4 \\ -7 & 5 & -4 \\ 5 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (ii) Seien  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $b: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $b(x) = \begin{pmatrix} -\sin(x) \\ \cos(x) \end{pmatrix}$ . Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung  $y' = Ay + b(x)$  und die Lösung des Anfangswertproblems  $y' = Ay + b(x)$ ,  $y(0) = (1, 1)^T$ .

### Aufgabe 56:

- (i) Berechnen Sie jeweils die allgemeine Lösung folgenden Differentialgleichungen:

(a)  $y'''(x) - y'(x) = 3 + 2 + x^2$ ,

(b)  $y''(x) - 4y(x) = xe^{2x}$ .

- (ii) Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(x) - 3y'(x) = xe^x + \sin(3x), \quad y(0) = \frac{3}{4}, \quad y'(0) = \frac{1}{4}.$$

## **Anmeldung zum Übungsschein Analysis II**

Die Anmeldung zum Übungsschein ist ab sofort freigeschaltet. Sie erfolgt über das Online-Portal

<https://campus.studium.kit.edu/exams/registration.php>

Anmeldeschluss ist der **20.07.2018**.

## **Anmeldung zur Klausur Analysis II**

Die Klausur Analysis II findet statt am **27.09.2018** in der Zeit von **11-13 Uhr**.

Sobald die Übungsscheine verbucht sind, können Sie sich zur Klausur Analysis II anmelden. Die Anmeldung erfolgt ebenfalls über das Online-Portal (siehe oben). Ausnahmen sind Schülerstudierende, die sich bei Frau Ewald (Zimmer 3.029) persönlich anmelden.

Anmeldeschluss ist der **13.09.2018**.