Institut für Analysis
Prof. Dr. Michael Plum
M.Sc. Jonathan Wunderlich

0. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis III im Wintersemester 2018/19

15. Oktober 2018

Aufgabe I:
Es sei

$$f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2,\ f(u,v) := \begin{pmatrix} -u(u-1)(u-2)-v \\ u-v \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$(u',v') = f(u,v), \quad u(0)=u_0,\ v(0)=v_0$$

für jedes $(u_0,v_0) \in \mathbb{R}^2$ eine eindeutige, nicht fortsetzbare Lösung $(u,v) \in \mathrm{C}^1(J,\mathbb{R}^2)$ besitzt.

Aufgabe II:
Bestimmen Sie jeweils ein reelles Fundamentalsystem der Differentialgleichung $y' = Ay$ und die Lösung des Anfangswertproblems $y' = Ay$, $y(0) = y_0$:

(i) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad y_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(ii) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad y_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe III:

(i) Seien $f \in \mathrm{C}(\mathbb{R})$, $u_0 \in \mathbb{R}$ und $a,b,c \in \mathbb{R}$ mit $b \neq 0$. Zeigen Sie, dass u genau dann eine Lösung das Anfangswertproblems

$$u'(t) = f(at + bu(t) + c), \quad t \geq 0, \qquad u(0) = u_0, \tag{1}$$

ist, wenn $v(t) = at + bu(t) + c$ das Problem

$$v'(t) = a + bf(v(t)), \quad t \geq 0, \qquad v(0) = v_0 = bu_0 + c, \tag{2}$$

löst.

(ii) Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$u'(t) = (t + u(t))^2, \quad t \geq 0, \qquad u(0) = 0.$$

Aufgabe IV:
Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen:

(i) $y'' + y' - 12y = 6x^2 - 7x + 4$,

(ii) $y'' - 4y' + 4y = 8\sin(2x)$,

(iii) $y''' - 2y'' + y' - 2y = -4\cos(x) - 2\sin(x)$.

Information

Alle Informationen bezüglich der Themen **Übungsbetrieb, Scheinkriterien, Tutorien, Prüfung, Skript** und **Literaturhinweise** finden Sie auf unserer Webseite

`http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/ana32018w/de`