

## 11. Übungsblatt

zur Vorlesung Analysis III im Wintersemester 2018/19

14. Januar 2019

**Abgabe bis 21. Januar 2019, 12:00 Uhr**

### Aufgabe 41:

Zeigen Sie jeweils die Integrierbarkeit der Funktion  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  und berechnen Sie  $\int_D f(x, y, z) d(x, y, z)$  in folgenden Fällen:

- (i) Es seien  $R > 1$ ,  $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$  und  $f(x, y, z) := \frac{xyz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$ .
- (ii)  $D := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 \leq y^2 + z^2 \leq |x|\}$  und  $f(x, y, z) := y^2$ .

### Aufgabe 42:

Es sei  $r > 0$  und  $U_r(0) \subseteq \mathbb{R}^2$  der Kreis um 0 mit Radius  $r$ . Der Weg  $\gamma$  umlaufe  $U_r(0)$  einmal in positiver Richtung. Berechnen Sie die folgenden Wegintegrale

- (i)  $\int_{\gamma} (r(y^3 - \sin(x)) dx + r(e^{y^2} - x^3) dy)$ ,
- (ii)  $\int_{\gamma} \left( -\frac{y}{(x-2r)^2 + y^2} dx + \frac{x-2r}{(x-2r)^2 + y^2} dy \right)$ .

### Aufgabe 43 (K):

- (i) Es sei  $A := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |(x, y) - (1, 1)| \leq 1\}$ . Bestimmen Sie  $\gamma: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  mit  $\partial A = \Gamma_{\gamma}$  so, dass  $A$  zulässig ist und berechnen Sie anschließend

- (a)  $\int_{\gamma} (x^2 - y^3) dx - (y^2 - x^3) dy$ ,
- (b)  $\int_{\gamma} e^x \sin(y-1) dx + e^x \cos(y-1) dy$ .

- (ii) Berechnen Sie jeweils unter Verwendung des Gaußschen Integralsatzes das Lebesgue-Maß der folgenden Mengen.

- (a)  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = t - \sin(t), 0 \leq y \leq 1 - \cos(t), t \in [0, 2\pi]\}$ ,
- (b)  $B_k := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x|^{\frac{1}{k}} + |y|^{\frac{1}{k}} \leq 1\}$  für  $k \in \mathbb{N}$ .

### Aufgabe 44 (K):

Es seien  $(x_0, y_0) \in \mathbb{R}^2$  und  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  eine stetig differenzierbare Funktion. Weiter sei zu  $\rho > 0$  der Weg  $\gamma_{\rho}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$  definiert durch  $\gamma_{\rho}(t) := (x_0 + \rho \cos(t), y_0 + \rho \sin(t))$ . Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{1}{\pi \rho^2} \int_{\gamma_{\rho}} f(x, y) \cdot d(x, y).$$

## Anmeldung zur Klausur Analysis III

Die Klausur Analysis III findet statt am **27.03.2019** in der Zeit von **11-13 Uhr**.

Die Anmeldung zur Klausur ist ab sofort freigeschaltet. Sie erfolgt über das Online-Portal

<https://campus.studium.kit.edu/exams/registration.php>

Anmeldeschluss ist der **10.03.2019**.