

2. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Abgabe bis Montag, 7. Mai 2007, 12:00 Uhr

Aufgabe 2.1

- a) Zeigen Sie, dass das Integral $\int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}dt$ für jedes $x > 0$ konvergiert.
- b) Für $x > 0$ ist die **Gamma-Funktion** durch $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t}t^{x-1}dt$ definiert. Zeigen Sie:
- (i) Für jedes $x > 0$ gilt $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$.
 - (ii) Für jedes $n \in \mathbb{N}_0$ gilt $\Gamma(n+1) = n!$.

Aufgabe 2.2

Für $x > 1$ sei die **Riemannsche Zeta-Funktion** durch $\zeta(x) = \sum_{n=1}^\infty \frac{1}{n^x}$ definiert. Zeigen Sie:

$$\zeta(x) = \frac{1}{\Gamma(x)} \int_0^\infty \frac{t^{x-1}}{e^t - 1} dt.$$

Hinweis: Zeigen Sie zunächst $\frac{\Gamma(x)}{n^x} = \int_0^\infty e^{-nt}t^{x-1}dt$.

Aufgabe 2.3 K

Welche der folgenden Funktionen sind von beschränkter Variation?

- a) $f : [0, \frac{1}{e}] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x \log x, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases}$
- b) $g : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \begin{cases} x^2 \cos(\frac{\pi}{x^2}), & x \neq 0, \\ 0, & x = 0; \end{cases}$
- c) $h : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = \begin{cases} (e^x - x - 1) \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$

Aufgabe 2.4 K

- a) Ist $g \in BV([a, b])$ und $\inf |g| > 0$, so liegt auch $1/g$ in $BV([a, b])$.
b) Es sei $f \in R_g([a, b])$ und $|f(x)| \leq c$ ($x \in [a, b]$). Zeigen Sie:

$$\left| \int_a^b f(x) dg(x) \right| \leq c V_g([a, b]) .$$

- c) Berechnen Sie $\int_0^1 [2 \cos^2 x - \cos(2x)] dg(x)$ für

$$g(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & \text{für } x > 0 , \\ 0 & \text{für } x = 0 . \end{cases}$$

Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung Analysis I/II

Herbst 2007

- **Termin:**

Donnerstag, 27. September 2007, 8–10 Uhr (Teil 1) und 11–13 Uhr (Teil 2).

- **Anmeldung:**

- Informatiker, Physiker und Lehramtskandidaten in Zimmer 305 (Frau Ewald, Frau Schreiber-Schmoeger)
Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt mitzubringen!
- Diplommathematiker in Zimmer 323 (Dr. Kühnlein)
- Wirtschaftsmathematiker in Zimmer 115 (Dr. Neher)
- Technomathematiker in Zimmer 206.1 (Dr. Hettlich)

- **Anmeldeschluß: Dienstag, 31. Juli 2007**

- Die **Hörsaaleinteilung** wird rechtzeitig bekannt gegeben!

www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/~schmoeger/seite/einteilung/