Universität Karlsruhe
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. G. Herzog
Dr. C. Kaiser

SS 2007

7. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Abgabe bis Montag, 11. Juni 2007, 12:00 Uhr

Aufgabe 7.1 K

a) Zeigen Sie, dass durch die Gleichung

$$x\cos z + y\sin z + (x+y+z)^{17} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}}$$

in einer Umgebung des Punktes $(x_0, y_0) = \left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ eindeutig eine Funktion $z = g(x,y)$ mit $g\left(\frac{\pi}{4}, 0\right) = -\frac{\pi}{4}$ definiert wird und berechnen Sie $g'(x_0, y_0)$.

b) Zeigen Sie, dass durch die Gleichungen

$$x\cos z + y\sin z + (x+y+z)^{17} = \frac{\pi}{4\sqrt{2}},$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{\pi^2}{8}$$

in einer Umgebung des Punktes $x_0 = \frac{\pi}{4}$ eindeutig eine Funktion $(y,z) = h(x)$ mit $h\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left(0, -\frac{\pi}{4}\right)$ definiert wird und berechnen Sie $h'(x_0)$.

Aufgabe 7.2 K

Für $f \in C^k(\mathbb{R}^n, \mathbb{R})$ sei $T_k(h;u) := \sum_{|p|\le k} \frac{(D^p f)(u)}{p!} h^p$ das Taylorpolynom k-ten Grades von f um den Punkt $u \in \mathbb{R}^n$.

a) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_3((h_1,h_2);(0,0))$ von

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad (x,y) \mapsto xe^{x+y}.$$

b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom $T_2((h_1,h_2);(0,0))$ von

$$f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad (x,y) \mapsto \sin(xe^y).$$

Existiert $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \frac{f(x,y) - T_2((x,y);(0,0))}{\|(x,y)\|_2^3}$?

Aufgabe 7.3

Es sei $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x,y)\|_2^2 \leq 2\}$ und $f : D \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x,y) = x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy.$$

Berechnen Sie Minimum und Maximum von f auf D.

Aufgabe 7.4

a) Es sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine symmetrische Matrix und Q_A die zu A gehörige quadratische Form. Zeigen Sie: Ist Q_A indefinit, so existiert ein $w \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mit $Q_A(w) = 0$.

b) Es sei $D \subseteq \mathbb{R}^2$ offen und $f \in C^2(D,\mathbb{R})$. Ferner gelte $f_{xx}(x,y) + f_{yy}(x,y) = 0$ für alle $(x,y) \in D$ und $f_{xx}(x,y) \neq 0$ für alle $(x,y) \in D$.
Zeigen Sie, dass f in D kein lokales Extremum besitzt.

Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung Analysis I/II

Herbst 2007

- **Termin:**
  Donnerstag, 27. September 2007, 8–10 Uhr (Teil 1) und 11–13 Uhr (Teil 2).
- **Anmeldung:**
  - Informatiker, Physiker und Lehramtskandidaten in Zimmer 305 (Frau Ewald, Frau Schreiber-Schmoeger)
    Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt mitzubringen!
  - Diplommathematiker in Zimmer 323 (Dr. Kühnlein)
  - Wirtschaftsmathematiker in Zimmer 115 (Dr. Neher)
  - Technomathematiker in Zimmer 206.1 (Dr. Hettlich)
- ## **Anmeldeschluß: Dienstag, 31. Juli 2007**
- Die **Hörsaaleinteilung** wird rechtzeitig bekannt gegeben!

  `www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/~schmoeger/seite/einteilung/`