

9. Übungsblatt zur Vorlesung Analysis II

Abgabe bis Montag, 25. Juni 2007, 12:00 Uhr

Aufgabe 9.1 K

a) Zeigen Sie, dass die folgenden Wege rektifizierbar sind. Berechnen Sie jeweils die Weglängenfunktion.

(i) $\gamma : [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) := (\cos t, \sin t, \cosh t)$;

(ii) $\gamma : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) := (\frac{t^2}{2}, \frac{t^3}{3})$.

b) Es sei $\gamma : [0, \frac{\pi}{2}] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (\cos^3(t), \sin^3(t))$ und

$$f : [0, \infty)^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad f(x, y) = \frac{1}{x^{\frac{5}{3}} + y^{\frac{5}{3}}}(-y^2, x^2).$$

Bestimmen Sie $L(\gamma)$ und berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_{\gamma} f(x, y) \cdot d(x, y).$$

Aufgabe 9.2

a) Berechnen Sie $\int_{\gamma} (x^2y, -y^2) \cdot d(x, y)$, wobei γ durch Umlaufen des Dreiecks mit den Eckpunkten $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(-1, 2)$ im Uhrzeigersinn gegeben ist.

b) Berechnen Sie $\int_{\gamma} (e^x, xy) \cdot d(x, y)$, wobei γ durch Umlaufen des Einheitskreises im mathematisch positiven Sinn gegeben ist.

Aufgabe 9.3 K

a) Es sei $\gamma : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ein zweimal stetig differenzierbarer Weg im \mathbb{R}^2 und $\tilde{\gamma} : [0, L(\gamma)] \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei die Parameterdarstellung von Γ_{γ} mit der Weglänge als Parameter. Zeigen Sie: $\tilde{\gamma}'(t) \cdot \tilde{\gamma}''(t) = 0$ für alle $t \in [0, L(\gamma)]$.

b) Gegeben sei der Weg $\gamma : [0, \log(2)] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = \frac{1}{2}e^t(\cos(t), \sin(t), \sqrt{2})$. Geben Sie für $\Gamma = \Gamma_{\gamma}$ die Parameterdarstellung bezüglich der Weglänge an.

Aufgabe 9.4

Es sei $r > 0$ und $\gamma : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\gamma(t) = (r \cos(t), r \sin(t))$.

- a) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung $\tilde{\gamma}$ des Bogens Γ_γ mit der Weglänge als Parameter.
- b) Berechnen Sie das Wegintegral

$$\int_{\tilde{\gamma}} f(x, y) ds$$

für $f(x, y) = (x + y)^2$.

- c) Bestimmen Sie $\kappa(t) := \|\tilde{\gamma}''(t)\|$. κ heißt (Absolut-)Krümmung von $\tilde{\gamma}$.

Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung Analysis I/II

Herbst 2007

- **Termin:**

Donnerstag, 27. September 2007, 8–10 Uhr (Teil 1) und 11–13 Uhr (Teil 2).

- **Anmeldung:**

- Informatiker, Physiker und Lehramtskandidaten in Zimmer 305 (Frau Ewald, Frau Schreiber-Schmoeger)
Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt mitzubringen!
- Diplommathematiker in Zimmer 323 (Dr. Kühnlein)
- Wirtschaftsmathematiker in Zimmer 115 (Dr. Neher)
- Technomathematiker in Zimmer 206.1 (Dr. Hettlich)

- **Anmeldeschluß: Dienstag, 31. Juli 2007**

- Die **Hörsaleinteilung** wird rechtzeitig bekannt gegeben!

www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milweis/~schmoeger/seite/einteilung/