

Differentialgleichungen und Hilberträume - Übungsblatt 2

Abgabe: 30.04.2015 - 18Uhr

Aufgabe 5

Beachten Sie die geänderte Abgabefrist. Lösen Sie anschließend die folgenden Differentialgleichungen erster Ordnung und skizzieren Sie die Trajektorien im Phasenraum und geben Sie die Durchlaufrichtung an

a) $\dot{x} = 0, \dot{y} = 2t$

b) $\dot{x} = 2x, \dot{y} = 6y$

c) $\dot{x} = 3x + y, \dot{y} = -x + 3y$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie für die folgenden Differentialgleichungen ein erstes Integral.

a) $\dot{x} = 3y^2 \sinh(x), \dot{y} = -y^3 \cosh(x)$

b) $\dot{x} = x^2 e^y + 8y, \dot{y} = 3 - 2xe^y$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie für die folgenden Differentialgleichung ein erstes Integral und erstellen Sie ein Phasendiagramm.

$$\dot{x} = 15xy + 15x^3y^3, \quad \dot{y} = -10y^2 - 10x^2y^4.$$

Hinweis: Bestimmen Sie ein geeignetes λ der Form $\lambda = \lambda(x \cdot y)$.

Aufgabe 8

Ein sehr einfaches Modell für die Symbiose zweier Lebewesen ist das folgende Differentialgleichungssystem:

$$\dot{x} = \beta y, \quad \dot{y} = \alpha x \quad \text{mit } \alpha, \beta > 0.$$

a) Bestimmen sie die Lösungen des Systems.

b) Skizzieren Sie die Trajektorien des Systems und deren Durchlaufrichtungen, d. h. erstellen Sie ein Phasendiagramm. Interpretieren Sie Ihre Skizze hinsichtlich ihrer Bedeutung für beide Lebewesen.