

3. Übungsblatt

Grundbegriffe der Mathematik für Ingenieur-Pädagoginnen und -Pädagogen

Abgabe: bis Donnerstag, den 14.5.2009, 9.00 Uhr

Aufgabe 11

Man beweise: Für injektive Funktionen f, g gilt $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

Aufgabe 12 (K) (4 Punkte)

Man beweise: Sind A, B abzählbare Mengen, so ist $A \times B$ abzählbar.

Aufgabe 13

Für die Mengen A, B gelte $|A| = \aleph_0$, $|B| = \mathfrak{c}$. Welche Mächtigkeit hat $A \times B$?

Aufgabe 14

Man weise nach, dass die Menge aller Polynome

$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$$

mit rationalen Koeffizienten a_0, a_1, \dots, a_n und $n = 0, 1, 2, \dots$ abzählbar ist.

Aufgabe 15 (K) (4 Punkte)

Es sei A eine abzählbare Teilmenge der überzählbaren Menge M .

Man beweise: $M \setminus A \sim M$.

Hinweis: $M \setminus A$ enthält eine abzählbar-unendliche Teilmenge $\{a_1, a_2, a_3, \dots\}$.

Aufgabe 16

Es sei M eine Menge und \mathcal{F} die Menge der Funktionen $f : M \rightarrow \{0, 1\}$.

Man beweise: $\mathcal{P}(M) \sim \mathcal{F}$.

Anleitung: Man zeige, dass durch $\varphi(f) = \{x \mid x \in M, f(x) = 1\}$, wobei $f \in \mathcal{F}$, eine Bijektion $\varphi : \mathcal{F} \rightarrow \mathcal{P}(M)$ definiert wird.