UNIVERSITÄT KARLSRUHE
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dipl.-Math. Thomas Gauss

SS 2009
14.5.2009

4. Übungsblatt

Grundbegriffe der Mathematik für Ingenieur-Pädagoginnen und -Pädagogen

Abgabe: bis **Dienstag**, den **19.5.2009**, 9.00 Uhr

Aufgabe 17 (K) (4 Punkte)

A, B seien Mengen mit $A \sim B$. Man zeige: $\mathcal{P}(A) \sim \mathcal{P}(B)$.

Aufgabe 18

A, B, C, D seien Mengen mit $A \sim C, B \sim D$. Man beweise: $A \times B \sim C \times D$.

Aufgabe 19

Seien u, v, w Kardinalzahlen. Man zeige: Aus $u \leq v$ und $v \leq w$ folgt $u \leq w$.

Aufgabe 20

Sind die folgenden Aussagen wahr? Begründen Sie Ihre Antwort!

a) $\big|\emptyset\big| < \big|\{\{\{\emptyset\}\}\}\big| < \big|\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\big| < \big|\mathbb{N}^4\big| \leq \big|\mathbb{N}^3\big| < \big|\mathbb{R}^2\big| \leq \big|\mathbb{R}\big| < \big|\mathcal{P}(\mathbb{R}^{42})\big| \leq \big|\mathcal{P}(\mathbb{R})\big|$.

b) $\big|\{7\}\big| < \big|\{8\}\big|$.

c) Es gibt eine Teilmenge $M \subseteq [0,1]$, für die gilt: $\aleph_0 \leq |M| < \mathfrak{c}$.

d) Für jede Teilmenge $M \subseteq [0,1]$ gilt: $\aleph_0 \leq |M| \leq \mathfrak{c}$.

e) Für den Kreis $K = \{(x,y) \,|\, (x,y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 = 1\}$ gilt $|K| = \mathfrak{c}$.

f) Ist u eine Kardinalzahl mit $u \leq \aleph_0$ und $n \leq u$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so folgt $u = \aleph_0$.

g) Ist u eine Kardinalzahl mit $u \leq \mathfrak{c}$ und $n < u$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so folgt $u = \mathfrak{c}$.

h) Ist u eine Kardinalzahl mit $u \leq \aleph_0$ und $n \neq u$ für alle $n \in \mathbb{N}$, so folgt $u = \aleph_0$.

i) $\big|\{1,2,3,4,5,6\}\big| < \big|[1,2] \cup [3,4] \cup [5,6]\big| = \aleph_0$.

j) $\big|\mathbb{N} \cup \{\pi/2\} \cup [-\frac{3}{4}, -\frac{1}{4}[\cup [\frac{1}{17}, \frac{2}{17}]\big| = \mathfrak{c}$.