

11. Übungsblatt

Grundbegriffe der Mathematik für Ingenieur-Pädagoginnen und -Pädagogen

Abgabe: bis Donnerstag, den 23.7.2009, 9.00 Uhr

Aufgabe 53 (K) (4 Punkte)

Man setze $A = \{r \mid r \in \mathbb{Q}, r^3 \leq 9\}$, $B = \{r \mid r \in \mathbb{Q}, r^3 \geq 9\}$ und zeige, dass (A, B) ein Schnitt dritter Art in \mathbb{Q} ist.

Aufgabe 54

Für $M, N \subseteq \mathbb{Q}$ setze man allgemein $M + N = \{a + b \mid a \in M, b \in N\}$ und man zeige für $L, M, N \subseteq \mathbb{Q}$:

- a) $M + N = N + M$,
- b) $L + (M + N) = (L + M) + N$.

Aufgabe 55

Es sei $A \subseteq \mathbb{Q}$. Man beweise, daß A genau dann die Unterklasse eines Schnittes (A, B) in \mathbb{Q} ist, wenn gilt:

- (i) $A \neq \emptyset$,
- (ii) $A \neq \mathbb{Q}$,
- (iii) aus $r \in A$, $s \in \mathbb{Q}$, $s \leq r$ folgt $s \in A$.

Aufgabe 56 (K) (4 Punkte)

Man zeige für $M, N \subseteq \mathbb{Q}$:

- a) $-(-M) = M$.
- b) $-(M \cup N) = (-M) \cup (-N)$.
- c) Wenn M ein Maximum hat, dann hat $-M$ ein Minimum und es gilt $\min(-M) = -\max M$.
- d) Wenn M ein Minimum hat, dann hat $-M$ ein Maximum und es gilt $\max(-M) = -\min M$.

Aufgabe 57

Es seien $\sigma_1 = (A_1, B_1)$, und $\sigma_2 = (A_2, B_2)$ Schnitte in \mathbb{Q} und $\sigma = (A_1 + A_2, B_1 + B_2)$.
Man zeige:

- a) Ist σ_1 von erster Art und σ_2 von erster oder dritter Art, so ist σ ein Schnitt von erster bzw. von dritter Art.
- b) Sind σ_1, σ_2 von dritter Art, so braucht σ kein Schnitt zu sein.