

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik

2. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Für  $i \in \{1, 2, 3\}$  seien die Abbildungen  $f_i : D_i \rightarrow \mathbb{R}$  definiert durch

$$f_1(x) = \frac{1}{x-1}, \quad f_2(x) = \frac{x+1}{x-1}, \quad f_3(x) = x^2 + x + 1.$$

- Bestimmen Sie für jede Abbildung  $f_i$  den maximalen Definitionsbereich  $D_i \subset \mathbb{R}$  sowie den Bildbereich  $f_i(D_i)$ .
- Welche Abbildungen sind injektiv? Geben Sie zu den injektiven Abbildungen jeweils die Umkehrabbildung an.
- Welche Kompositionen  $f_i \circ f_j$  sind erlaubt? Ist  $f_2 \circ (f_1 \circ f_3)$  erlaubt?
- Geben Sie die Abbildung  $f_1 \circ f_2$  explizit an.

**Aufgabe 2**

Bestimmen Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  mit

- $|x-4| = |x+1|$ ;
- $|2x| > |5-2x|$ ;
- $|2 - |2-x|| \leq 1$ ;
- $|x+1| + |x-1| > 2$ ;
- $\frac{3x}{1+|x|} < 4x^2$ ;
- $2x + \frac{1}{1-x} \geq 1$ .

**Aufgabe 3**

Beweisen Sie, dass für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:

a)  $\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|+|y|}{1+|x|+|y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}$ ;

*Tipp:* Verwenden Sie  $\frac{a}{1+a} = \frac{a+1-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a}$  für  $a \neq -1$ .

b)  $\max\{x, y\} = \frac{x+y+|x-y|}{2}$  und  $\min\{x, y\} = \frac{x+y-|x-y|}{2}$ .

**Aufgabe 4**

Entscheiden Sie jeweils, ob die Mengen Supremum, Infimum, Maximum bzw. Minimum besitzen. Bestimmen Sie gegebenenfalls diese Werte.

- $\{x^2 - x + 2 : x \in \mathbb{R}\}$
- $\{(-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$
- $\{x + \frac{1}{x} : 0 < x \leq 42\}$
- $\{\frac{x^2}{1+x^2} : x \in \mathbb{R}\}$

### Aufgabe 5

Die Mengen  $A$  und  $B$  seien beschränkte, nichtleere Teilmengen von  $\mathbb{R}$ . Zeigen Sie, dass dann auch  $A + B := \{a + b : a \in A \text{ und } b \in B\} = \{x : \exists a \in A, b \in B : x = a + b\}$  eine beschränkte Menge ist und

$$\sup(A + B) = \sup A + \sup B \quad \text{sowie} \quad \inf(A + B) = \inf A + \inf B$$

gelten.

**Hinweis** In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **2, 4, 5**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.