

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

14. Übungsblatt

Aufgabe 1

Sei $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$. Berechnen Sie eine Basis von Kern A und von Bild A .

Aufgabe 2

Bestimmen Sie alle Lösungen $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ der folgenden linearen Gleichungssysteme.

a)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_4 &= 3 \\ x_3 + 4x_4 &= 1 \\ x_5 &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 &= 2 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= -3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + 4x_5 &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 3

Betrachten Sie das lineare Gleichungssystem $Ax = y$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & \beta + 2 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix},$$

und entscheiden Sie, in Abhängigkeit von β , ob das Gleichungssystem lösbar ist. Berechnen Sie gegebenenfalls alle Lösungen.

Aufgabe 4

Welche der folgenden Abbildungen sind linear?

- a) $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^3, f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 7y \\ ix + y \\ 3x - 4iy \end{pmatrix}$ b) $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2, f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 7y + 2 \\ ix + y \end{pmatrix}$
- c) $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}, f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = (x - i)(y + 4)$ d) $f: \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}, f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = (x - 2i)(y + 3) - (x + 1)(y - 6i)$

Aufgabe 5

Gegeben sei die Abbildung $\phi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x_1, x_2) \mapsto (x_1 + x_2, x_1 + x_2)$.
Ist ϕ linear? Bestimmen Sie Kern ϕ und Bild ϕ .

Hinweis In der großen Übung werden aller Voraussicht nach die folgenden Aufgaben besprochen: **1, 2 und 5**. Die restlichen werden in den Tutorien behandelt.