

Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Prüfen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 4n} - \sqrt{n^2 + 10})$

ii) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \tan\left(\frac{\pi}{2}x\right) \cdot \ln x$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(\cos x)}$

b) Gegeben sei die reelle Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^{n+2}}{n-1} x^n$$

Berechnen Sie den Konvergenzradius und bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die diese Reihe konvergiert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

a) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch $f(x) := e^{3x} + \arctan(x)$.

i) Zeigen Sie, dass f injektiv ist. Bestimmen Sie Bild f . Besitzt f eine Umkehrfunktion?

ii) Berechnen Sie $(f^{-1})'(1)$.

Hinweis: Beachten Sie, dass $f(0) = 1$.

b) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle $x, y \in [-\pi/3, \pi/3]$ gilt

$$|\ln(\cos x) - \ln(\cos y)| \leq \sqrt{3} |x - y|.$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

i) $\int_0^{\sqrt{2}} x^3 e^{-x^2} dx$

ii) $\int_0^{\pi} \sin^3 x dx$

b) Zeigen Sie, dass für alle $m, n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\int_0^1 x^n (1-x)^m dx = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx.$$

Hinweis: Substitutionsregel.

c) Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2} dx$$

konvergent ist und dass sein Wert in $(0, 1]$ liegt.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Bestimmen Sie Maximum und Minimum der Funktion

$$f : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}, x \rightarrow e^x(x^2 + x - 11).$$

b) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^9.$$

c) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\ln(n+1) = \sum_{k=1}^n \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right).$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Donnerstag, den **01.02.2018**, bei den Tutoren abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Mittwoch, den **07.02.2018**, von 13.00 Uhr bis 13.50 Uhr im Raum 2.063 (Gebäude 20.30) möglich.