

Höhere Mathematik für Informatiker I (Analysis)

1. Übungsblatt

Abgabe von 2 K-Aufgaben bis Freitag, 30.10.2009, 12.30 Uhr

1. Es seien $x, y \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie

$$|x + y| < \max\{|x|, |y|\} \iff x \cdot y < 0.$$

K 2. Für $A, B \subseteq \mathbb{R}$ definieren wir

$$A + B := \{a + b : a \in A, b \in B\}.$$

(a) Es seien X_1, X_2 beschränkte, nichtleere Teilmengen von \mathbb{R} . Zeigen Sie:

$$\begin{aligned} \inf X_1 + \inf X_2 &\leq \inf(X_1 + X_2) \leq \inf X_1 + \sup X_2 \leq \\ &\leq \sup(X_1 + X_2) \leq \sup X_1 + \sup X_2 \end{aligned}$$

(b) Untersuchen Sie, ob die folgende Menge Supremum, Infimum, Maximum und Minimum besitzt und bestimmen Sie ggf. deren Werte (mit Beweis!).

$$M := \left\{x + \frac{1}{x} : 0 < x \leq 5\right\}$$

K 3. Beweisen Sie folgende Aussagen für alle $n \in \mathbb{N}$ (Hinweis: vollständige Induktion).

(a) $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3};$

(b) $\sum_{k=0}^n q^k = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ für alle $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\};$

(c) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2 + k} = 1 - \frac{1}{n+1}.$

(d) $2^{2n+3} + 2 \cdot 5^{2n-1}$ ist durch 42 teilbar.

4. Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion:

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} \leq 2 - \frac{1}{n}.$

(b) Sei $a_0 = a_1 = 1$. Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei $a_{n+1} := a_n + a_{n-1}/2$. Dann gilt

$$a_n \leq \left(\frac{7}{5}\right)^n \text{ für jedes } n \in \mathbb{N}.$$

bitte wenden!

Übungsblatt

Jeden Donnerstag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im 3. OG, Allianzgebäude (in unmittelbarer Nähe des Aufzugs) abgeholt oder von

<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/milplum/lehre/hm1info2009w>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Kästen im 3. OG, Allianzgebäude, Gebäudeteil A geworfen. Bitte schreiben Sie Ihren Namen und die Nummer des Tutoriums sowie den Namen des Tutors auf die Blätter und *heften* diese zusammen.

Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies 12:30 Uhr am Freitag der folgenden Woche.

Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Tutorien.

Credit points

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Credit points für die Übung erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 jeweils mindestens 28 Punkte erzielt.

Tutorien

Die Anmeldung zu den Tutorien erfolgt durch das System "WebInScribe". Einzelheiten entnehmen Sie bitte dem entsprechenden Merkblatt:

<https://webinscribe.ira.uka.de>

Die Tutorien finden ab dem 26.10.2009 statt.

Literatur

Ansorge, Oberle:	HM für Ingenieure, Band 1 (Akademie-Verlag)
Burg, Haf, Wille:	HM für Ingenieure, Band 1 (Teubner-Verlag)
Forster:	Analysis 1 (Vieweg-Verlag)
Heuser:	Lehrbuch der Analysis 1 (Teubner-Verlag)
Mayberg, Vachenaer:	Höhere Mathematik 1 (Springer-Verlag)
Walter:	Analysis 1 (Springer-Verlag)
Köhler, Günter:	Analysis (Heldermann Verlag).