Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Prof. Dr. Michael Plum
Dipl.phys. Vu Hoang

WS 2009/10

Höhere Mathematik für Informatiker I (Analysis)
7. Übungsblatt

Abgabe von 2 K-Aufgaben bis Freitag, 11.12.2009, 12.30 Uhr

K 25. Untersuchen Sie, ob die Grenzwerte existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

(a) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{1-x}-\frac{3}{1-x^3}\right)$

(b) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x}{42}\left(\left(1+\frac{42}{x}\right)^{42}-1\right)$

(c) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{8+x}-2}{x}$

(d) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-x}{x^2-x-6}$

(e) $\lim\limits_{x\to\infty} x\left[\frac{1}{x}\right]$

(f) $\lim\limits_{x\to\infty} x^{3/2}\left(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x}\right)$

(g) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\left(\frac{1}{\sin x}-\frac{1}{x}\right)$

(h) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{E(\sin x)-1}{x}$

K 26. Bestimmen Sie jeweils alle $x_0\in\mathbb{R}$, in denen die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ stetig ist:

(a) $f(x)=[x]+\sqrt{x-[x]}$

(b) $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-x}{x^2-3x+2} & x\notin\mathbb{N}\\ \frac{4x-6}{x+1} & x\in\mathbb{N}\end{cases}$

27. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Für eine Funktion $f:[-1,1]\to\mathbb{R}$ gelte $f(0)=0$, und f sei stetig in 0. Zu der Funktion $g:[-1,1]\to\mathbb{R}$ existiere ein $M>0$ mit $|g(x)|\le M$ für alle $x\in[-1,1]$. Dann ist auch $f\cdot g$ stetig in 0.

(b) Für eine Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ gelte $f(x+y)=f(x)+f(y)$ für alle $x,y\in\mathbb{R}$. Ist die Funktion f in 0 stetig, so ist f stetig auf $\mathbb{R}$.

28. Die Funktion $f:(0,1)\to\mathbb{R}$ sei definiert durch

$$f(x):=\begin{cases}0 & x\in(0,1)\setminus\mathbb{Q}\\ 1/q & x=p/q\in(0,1)\cap\mathbb{Q}\ \text{ wobei }\ p,q\in\mathbb{N}\ \text{ teilerfremd}\end{cases}$$

(a) Untersuchen Sie, für welche $x_0\in(0,1)$ der Grenzwert $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ existiert.

(b) Bestimmen Sie alle Punkte $x_0\in(0,1)$, in denen f stetig ist.

- WICHTIGE INFORMATIONEN AUF DER RÜCKSEITE -

WICHTIGE INFORMATIONEN:

Liebe Studierende,

Neben der Erfüllung des Scheinkriteriums, MÜSSEN Sie sich, um einen Übungsschein zu erhalten, elektronisch unter

https://studium.kit.edu

anmelden. Der Eintrag ,,HM I Übungsschein, Fakultät für Informatik" hat im System die

Nummer 261.

Der Anmeldeschluss ist der

13. FEBRUAR 2010.

Bei der Gelegenheit ist es empfehlenswert, sich bereits für den HM II-Übungsschein (Nummer 263) anzumelden.

WIRD DER ANMELDESCHLUSS NICHT EINGEHALTEN, ERHALTEN SIE KEINEN ÜBUNGSSCHEIN!
Die Dozenten und Übungsleiter haben keinen Zugriff auf das System. Wir haben keine Möglichkeit, etwas für Spätanmelder zu tun. Bitte halten Sie den Anmeldeschluss **unbedingt** ein und machen andere Studierende ebenfalls auf diese Information aufmerksam.