

## Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

### 1. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 26.10.2012, 12.30 Uhr

#### Aufgabe 1 (K).

(a) Schreiben Sie die folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$  als Vereinigung von Intervallen.

$$(1) \{x \in \mathbb{R} : |x - 4| = |x + 1|\}; \quad (2) \{x \in \mathbb{R} : |2 - |2 - x|| \leq 1\};$$

$$(3) \{x \in \mathbb{R} : 2x + \frac{1}{1-x} \geq 1\}.$$

(b) Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen ein Infimum, Supremum, Minimum bzw. Maximum haben und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte.

$$(1) \{(-1)^n + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}; \quad (2) \{x^2 - x + 2 : x \in \mathbb{R}\}; \quad (3) \left\{ \frac{x|x|}{1+x^2} : x \in \mathbb{R} \right\}.$$

#### Aufgabe 2 (K).

(a) Seien  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $x, y > 0$ . Beweisen Sie die folgenden Ungleichungen:

$$(1) \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2; \quad (2) \frac{2}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} \leq \frac{x+y}{2}; \quad (3) \frac{y^2}{x} + \frac{x^2}{y} \geq x+y.$$

(b) Beweisen Sie, dass für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt

$$\frac{|x+y|}{1+|x+y|} \leq \frac{|x|+|y|}{1+|x|+|y|} \leq \frac{|x|}{1+|x|} + \frac{|y|}{1+|y|}.$$

*Hinweis:* Verwenden Sie  $\frac{a}{1+a} = \frac{a+1-1}{1+a} = 1 - \frac{1}{1+a}$  für  $a \neq -1$ .

#### Aufgabe 3.

(a) Beweisen Sie Satz 1.1. aus der Vorlesung: Ist  $\emptyset \neq M \subseteq \mathbb{R}$  und  $M$  nach unten beschränkt, so ist  $\inf M$  vorhanden.

(b) Untersuchen Sie, ob die folgenden Mengen ein Infimum, Supremum, Minimum bzw. Maximum haben und bestimmen Sie gegebenenfalls deren Werte.

$$(1) \{x^4 : x \in [-5, 1)\}; \quad (2) \left\{ \frac{3-\varepsilon}{2+\varepsilon} : 3 > \varepsilon > 0 \right\};$$

$$(3) \{x \in \mathbb{R} : \exists y \in \mathbb{R} \text{ so dass } (x+2)^2 + 4y^2 < 9\} \quad .$$

bitte wenden!

#### Aufgabe 4.

(a) Schreiben Sie die folgenden Teilmengen von  $\mathbb{R}$  als Vereinigung von Intervallen.

$$(1) \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{|2-x|} \leq 7\}; \quad (2) \{x \in \mathbb{R} : \frac{1}{1-x} \leq 1 - \frac{x}{2}\};$$

$$(3) \{x \in \mathbb{R} : 1 - \left| \frac{5}{4+2x} \right| \leq \frac{x}{2}\}.$$

(b) Beweisen Sie, dass für alle  $x, y \in \mathbb{R}$  gilt:

$$\max\{x, y\} = \frac{x + y + |x - y|}{2} \quad \text{und} \quad \min\{x, y\} = \frac{x + y - |x - y|}{2}.$$

#### Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im 3. OG, Allianzgebäude (in unmittelbarer Nähe des Aufzugs) abgeholt oder von

<http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/hm1info2012w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden.

Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Kästen im 3. OG, Allianzgebäude, Gebäudeteil A geworfen. Bitte schreiben Sie Ihren Namen und deutlich sichtbar die **Nummer des Tutoriums** sowie den Namen des Tutors auf die Blätter und *heften* diese zusammen.

Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies 12:30 Uhr am Freitag der folgenden Woche.

Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Tutorien.

#### Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 jeweils mindestens 28 Punkte erzielt.

#### Anmeldung für den Übungsschein

Absolut notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 261. Ohne eine rechtzeitige Anmeldung werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte haben. Melden Sie sich so schnell wie möglich an!

#### Tutorien

Die Tutorien finden ab dem 22.10.2012 statt.