

## Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

### 11. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 18.01.2013, 12.30 Uhr

**Aufgabe 41 (K).** Untersuchen Sie, ob folgende Grenzwerte existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$       (b)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} (\log x)(\log(1-x))$

(c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+1}{x-1} \right)^x$       (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \cos(1/x)}{\sin x}$

(e)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2} \right)$       (f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$

*Hinweis:* Die Schreibweisen  $\lim_{x \rightarrow a^+}$  und  $\lim_{x \rightarrow a+0}$  sind gleichbedeutend (entsprechendes gilt für  $-$ ).

**Aufgabe 42 (K).** Zeigen Sie folgende Ungleichungen.

- (a)  $|\cos e^x - \cos e^y| \leq |x - y|$  für  $x, y \leq 0$   
(b)  $\log(1+x) \leq \frac{x}{\sqrt{1+x}}$  für  $x > 0$   
(c)  $|\log(1+x^2) - \log(1+y^2)| \leq |x - y|$  für  $x \in \mathbb{R}$   
(d)  $|x^x - y^y| \leq (1 + \log(10))10^{10}|x - y|$  für  $1 \leq x, y \leq 10$

**Aufgabe 43.** Untersuchen Sie, ob folgende Grenzwerte existieren und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$       (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin(x) \cos(x)}{(x + \sin(x) \cos(x)) e^{\sin x}}$

(c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2 + a^2} - \sqrt[3]{n^2})$  ( $a > 0$ )      (d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\cos x}$

**Aufgabe 44.**

- (a) Für welche Zahlen  $t \in \mathbb{R}$  gilt die folgende Aussage?

Für alle  $x > 0$  ist  $e^x > x^t$ .

- (b) Berechnen Sie Maximum und Minimum folgender Mengen.

- (i)  $\{x^4 - 4x^2 + 2 : x \in [-3, 2]\}$   
(ii)  $\{-6x + (|x - 3| + 2)^2 : x \in [0, 10]\}$