Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
M. Sc. Peter Rupp

WS 2015/16
30.10.2015

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

2. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 06.11.2015, 12.30 Uhr

Aufgabe 1
Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

(a) Für alle $x, y > 0$ und $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$x \le y \;\Rightarrow\; x^n \le y^n$$

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum\limits_{k=0}^{n} \binom{n}{k} = 2^n$.

Aufgabe 2 (K)
Beweisen Sie folgende Aussage mittels vollständiger Induktion

(a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $6^n - 5n + 4$ ist durch 5 teilbar.

(b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\prod\limits_{k=1}^{n} (1 + \frac{1}{k}) = n + 1$

(c) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum\limits_{k=1}^{n} \frac{k}{2^k} = \frac{2^{n+1}-n-2}{2^n}$

(d) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $\sum\limits_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$

Aufgabe 3 (K)
Untersuchen Sie die folgenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert. Beweisen (!) Sie ihre Aussagen.

(a) $\left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$

(b) $\left(\frac{1}{1+n^2}\right)_{n=-5}^{\infty}$

(c) $(a_n)_{n=0}^{\infty}$ definiert durch $a_0 = 3$, $a_{n+1} := a_n + n$ $(n \ge 0)$.

(d) $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ mit der Eigenschaft: Zu jedem $\varepsilon > 0$ existiert ein $N \in \mathbb{N}$, sodass für alle $n \ge N$ gilt: $|a_n - 4| < \varepsilon^2$.

— bitte wenden —

Aufgabe 4

Seien $(a_n)_{n=1}^{\infty}$, $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ reelle Folgen.

(a) Sei $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ beschränkt und $b_n \to 0$ $(n \to \infty)$. Beweisen Sie, dass dann $a_n b_n \to 0$ $(n \to \infty)$.

(b) Sei $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ nach unten beschränkt durch eine positive Konstante, das heißt es existiere $A > 0$ derarte, dass $a_n \geq A$ $(n \in \mathbb{N})$. Ferner gelte $b_n \to 0$ $(n \to \infty)$. Beweisen Sie, dass dann $\frac{b_n}{a_n} \to 0$ $(n \to \infty)$ gilt.

Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im Mathematikgebäude im 3. Stock im studentischen Aufenthaltsbereich Zimmer 3.066 abgeholt oder von

http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/hm1info2015w/

heruntergeladen werden. Die beiden **(K)**-Aufgaben sollten zur Korrektur abgegeben werden. Werfen Sie die bearbeiteten Aufgaben in die Abgabekästen im Erdgeschoss des Mathematikgebäudes, beim Atriumausgang Richtung Fachschaft. Bitte schreiben Sie Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und deutlich sichtbar die **Nummer des Tutoriums** sowie den **Namen des Tutors** auf das Deckblatt und *heften* diese zusammen.

Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. Normalerweise ist dies um 12:30 Uhr am Freitag der folgenden Woche. Die bearbeiteten Aufgaben werden in den Tutorien zurückgegeben. Nicht abgeholte Blätter liegen im entsprechenden Rückgabekasten neben dem Ausgabekasten der Blätter.

Tutorien

Das Ergebnis der Tutorien-Einteilung ist unter

https://webinscribe.ira.uka.de/

abrufbar. Die Tutorien finden ab dem 26.10.2015 statt.

Übungsschein

Jede **(K)**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im entsprechenden Online-Portal. Die genauen Modalitäten werden noch bekannt gegeben.

Modulprüfung

Die Modulprüfung zur Höheren Mathematik I und II für die Fachrichtung Informatik findet als Klausur im Herbst 2015 statt. Details bzgl. Datum und Anmeldefrist werden noch bekanntgegeben.