

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

4. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 20.11.2015, 12.30 Uhr

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergieren und bestimmen Sie ihren Grenzwert:

(a) $a_n := n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{2015}\right)$ ($n \in \mathbb{N}$)

(b) $a_n := \binom{2(n+1)}{n+1} \binom{2n}{n}^{-1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(c) $a_n := n^3 \binom{2n}{n}^{-1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(d) $a_n := \frac{7n^7(1+\frac{1}{n})(n^3-n^2)}{n(n^2+2)^2(2n^5+\sqrt{n+1})}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Aufgabe 2 (K)

- (a) Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ definiert durch $a_n = \sum_{k=n+1}^{2n} k^{-1}$ ($n \in \mathbb{N}$) monoton wachsend ist und konvergiert. Zeigen Sie weiter, dass für den Grenzwert $a := \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ die folgende Abschätzung gilt:

$$\frac{7}{12} \leq a \leq \frac{5}{6}$$

Hinweis: Betrachten Sie die Teilfolge $(a_{2n+1})_{n=1}^{\infty}$.

- (b) Bestimmen Sie sämtliche Häufungswerte der Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ und bestimmen Sie, sofern existent, ihre Grenzwerte. Beweisen Sie Ihre Aussagen:

(i) $a_n := (1 + (-1)^n)n$ ($n \in \mathbb{N}$)

(ii) $a_n := (-1)^n \frac{2n+1}{3n+2}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(iii) $a_n := \left(1 + \frac{(-1)^n}{2n}\right)^{3n}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Aufgabe 3 (K)

Untersuchen Sie, ob die Folgen $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergieren und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

(a) $a_n := \sqrt[n]{3^n + (-3)^n + n^{-1}}$ ($n \in \mathbb{N}$)

(b) $a_n := \sqrt{n}(\sqrt[n]{n} - 1)$ ($n \in \mathbb{N}$)

(c) $a_n := \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^{n^3}$ ($n \in \mathbb{N}$)

Aufgabe 4

Sei $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ eine Folge mit den folgenden Eigenschaften:

- $(a_{2n})_{n=1}^{\infty}$ und $(a_{2n-1})_{n=1}^{\infty}$ konvergieren.
- $(a_{3n})_{n=1}^{\infty}$ konvergiert.

Zeigen Sie, dass dann $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ konvergiert. Zeigen Sie weiter, dass die Folge nicht notwendigerweise konvergiert, falls nur die erste, aber nicht die zweite Eigenschaft erfüllt ist.

Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im Mathematikgebäude im 3. Stock im studentischen Aufenthaltsbereich Zimmer 3.066 abgeholt oder von

<http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/hm1info2015w/>

heruntergeladen werden. Die beiden **(K)**-Aufgaben sollten zur Korrektur abgegeben werden. Werfen Sie die bearbeiteten Aufgaben in die Abgabekästen im Erdgeschoss des Mathematikgebäudes, beim Atriumausgang Richtung Fachschaft. Bitte schreiben Sie Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und deutlich sichtbar die **Nummer des Tutoriums** sowie den **Namen des Tutors** auf das Deckblatt und *heften* diese zusammen.

Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. Normalerweise ist dies um 12:30 Uhr am Freitag der folgenden Woche. Die bearbeiteten Aufgaben werden in den Tutorien zurückgegeben. Nicht abgeholte Blätter liegen im entsprechenden Rückgabekasten neben dem Ausgabekasten der Blätter.

Tutorien

Das Ergebnis der Tutorien-Einteilung ist unter

<https://webinscribe.ira.uka.de/>

abrufbar. Die Tutorien finden ab dem 26.10.2015 statt.

Übungsschein

Jede **(K)**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im entsprechenden Online-Portal. Die genauen Modalitäten werden noch bekannt gegeben.

Modulprüfung

Die Modulprüfung zur Höheren Mathematik I und II für die Fachrichtung Informatik findet als Klausur im Herbst 2015 statt. Details bzgl. Datum und Anmeldefrist werden noch bekanntgegeben.