

## Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

### 13. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 01.02.2019, 12:30 Uhr

#### Aufgabe 49

Es sei

$$f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) := \begin{cases} x - 1 & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$$

Beweisen Sie dass  $f$  auf jedem Intervall  $[a, b] \subseteq [-1, 1]$  integrierbar ist. Berechnen Sie die Funktion  $F(x) := \int_0^x f(y) dy$  und skizzieren Sie diese. Ist  $F$  differenzierbar auf  $[-1, 1]$ ?

#### Aufgabe 50 (K)

Bestimmen Sie den Wert der folgenden Integrale direkt über die Definition mit Ober- und Untersummen.

(a)  $\int_0^1 x^3 dx$

(b)  $\int_0^1 e^{-x} dx$

Hinweis zu a): Sie dürfen ohne Beweis  $\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) benutzen.

#### Aufgabe 51

Berechnen Sie folgende Integrale:

(a)  $\int_0^{\sqrt{2}/2} x \arcsin(x) dx$

(b)  $\int_0^1 \tanh(x) dx$

(c)  $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt[3]{x}} dx$

(d)  $\int_0^1 (x^5 + x^3)e^{-x^2} dx$

#### Aufgabe 52 (K):

Berechnen Sie folgende bestimmte bzw. unbestimmte Integrale:

(a)  $\int_{-2}^2 |x - 1| dx$

(b)  $\int x e^{2x^2} \sin(e^{x^2}) dx$

(c)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos(x)} \sin(x) dx$

(d)  $\int_0^1 (1 + 2x)^3 dx$

(e)  $\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{6-2x^3}} dx$

(f)  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x(1+\sqrt{x})}} dx$

(g)  $\int_0^\pi x^2 \sin(x) dx$

(h)  $\int_1^e \frac{1}{x(1+\log(x))} dx$