

Höhere Mathematik I (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

3. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 09.11.2018, 12.30 Uhr

Aufgabe 9 (K)

Es sei $a > 0$ und $x_1 \in (0, \frac{1}{2a})$ vorgegeben. Die Folge $(x_n)_{n=1}^\infty$ sei rekursiv definiert durch

$$x_{n+1} = \frac{3}{2}x_n - ax_n^2 \quad (n \in \mathbb{N}).$$

Beweisen Sie die Konvergenz der Folge $(x_n)_{n=1}^\infty$, indem Sie wie folgt vorgehen. Zeigen Sie:

- (a) $x_n \in (0, \frac{1}{2a}) \quad (n \in \mathbb{N})$.
- (b) $(x_n)_{n=1}^\infty$ ist monoton.
- (c) Folgern Sie die Konvergenz.

Berechnen Sie außerdem den Grenzwert der Folge.

Aufgabe 10 (K)

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und geben Sie gegebenenfalls den Grenzwert an. Beweisen Sie Ihre Aussagen. Es seien $\delta \in (0, \infty)$ und $p \in \mathbb{N}$.

- (a) $(\sqrt{n^2 - \delta n + 1} - n)_{n=\lceil \delta \rceil}^\infty$
- (b) $\left(\frac{(n-3)(7n+1)}{n^2+1}\right)_{n=1}^\infty$
- (c) $((2 + (-1)^n)^{-n})_{n=1}^\infty$
- (d) $\left(\frac{n^p - (n+1)^p}{n^{p-1}}\right)_{n=1}^\infty$

Aufgabe 11

Zeigen Sie, dass die Folgen $(a_n)_{n=1}^\infty$ konvergieren und bestimmen Sie ihre Grenzwerte:

- (a) $a_n := n \left(1 - \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{2018}\right) \quad (n \in \mathbb{N})$
- (b) $a_n := \binom{2(n+1)}{n+1} \binom{2n}{n}^{-1} \quad (n \in \mathbb{N})$
- (c) $a_n := n^3 \binom{2n}{n}^{-1} \quad (n \in \mathbb{N})$
- (d) $a_n := \frac{7n^7(1+\frac{1}{n})(n^3-n^2)}{n(n^2+2)^2(2n^5+\sqrt{n+1})} \quad (n \in \mathbb{N})$

Aufgabe 12

Geben Sie für die folgenden rekursiv definierten Folgen geschlossene Ausdrücke an und beweisen Sie diese:

(a) $a_0 := 1, a_{n+1} := \frac{1}{(n+1)!} - \frac{a_n}{n+1} \quad (n \in \mathbb{N}_0)$

(b) $a_1 := \frac{1}{2}, a_{n+1} := \frac{1}{\frac{1}{a_n} + 2n+1} \quad (n \in \mathbb{N})$

(c) $a_1 := \frac{763}{526}, a_{n+1} := \sum_{k=1}^n a_k \quad (n \in \mathbb{N}).$

Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung, welches von der Seite

<http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/hm1info2018w/>

heruntergeladen werden kann. Die beiden **(K)**-Aufgaben sollten zur Korrektur abgegeben werden. Werfen Sie die bearbeiteten Aufgaben in die Abgabekästen im Erdgeschoss des Mathematikgebäudes, beim Atriumausgang Richtung Fachschaft. Bitte schreiben Sie Ihren **Namen**, Ihre **Matrikelnummer** und deutlich sichtbar die **Nummer des Tutoriums** sowie den **Namen des Tutors** auf das Deckblatt und *heften* Sie alle Blätter zusammen.

Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. Normalerweise ist dies um 12:30 Uhr am Freitag der folgenden Woche. Die bearbeiteten Aufgaben werden in den Tutorien zurückgegeben. Nicht abgeholte Blätter liegen im entsprechenden Rückgabekasten neben dem Ausgabekasten der Blätter.

Tutorien

Das Ergebnis der Tutorien-Einteilung ist unter

<https://webinscribe.ira.uka.de/>

abrufbar. Die Tutorien finden ab dem 22.10.2018 statt.

Übungsschein

Jede **(K)**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-Portal. Diese ist ab sofort und bis zum 26.01.2019 möglich. Spätere Anmeldungen werden nicht berücksichtigt.

Modulprüfung

Die Modulprüfung zur Höheren Mathematik I und II für die Fachrichtung Informatik findet als Klausur im Herbst 2019 statt. Details bzgl. Datum und Anmeldefrist werden noch bekannt gegeben.