

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik 1. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 26.4.2013, 12.30 Uhr

Aufgabe 1

a) Es seien $m, n, p \in \mathbb{N}$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ und $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$. Zeigen Sie:

$$\|AB\| \leq \|A\| \cdot \|B\|.$$

b) Zeigen Sie die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung für Reihen: Für Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $a_n, b_n \geq 0$ und $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 < \infty$ gilt

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \leq \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \right)^{1/2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2 \right)^{1/2}.$$

Aufgabe 2 (K)

a) Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und geben Sie diese im Fall der Existenz an:

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x}{x+y}$

ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\cos(x+y^2-1) - 1}{\sin(x+y^2-1)}$

iii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (4,4)} \frac{4-x}{y-x}$

iv) $\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,2)} \exp(2 \sin(x^2 - y)xy^2 + \log(x^2 + 1)).$

b) In welchen Punkten des \mathbb{R}^2 sind die Funktionen $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ stetig?

i) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + 5y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

ii) $g(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$

BITTE WENDEN !

Aufgabe 3 (K)

Überprüfen Sie, ob die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 bzw. \mathbb{R}^3 beschränkt, offen, abgeschlossen bzw. kompakt sind:

a) $M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x^2 + 5y^2 < 1\}$

b) $M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, 1 - e^{-y} \leq x < 1 + e^y\}$

b) $M_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x + 2y)^2 = 1 + z^2\}$

d) $M_4 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x| \leq y + z, |y| \leq 2, z \leq 10\}$.

Übungsblatt

Jeden Freitag erscheint ein Übungsblatt zur schriftlichen Bearbeitung und kann im 3. OG, Allianzgebäude Nr. 05.20 (in unmittelbarer Nähe des Aufzugs, Eingang Nr. 89, Gebäudeteil A) abgeholt oder von

<http://www.math.kit.edu/iana2/lehre/hm2info2013s/>

heruntergeladen werden. Die beiden **K**-Aufgaben können zur Korrektur abgegeben werden. Die bearbeiteten Aufgaben werden in die Kästen im 3. OG, Allianzgebäude, Gebäudeteil A geworfen. Bitte schreiben Sie Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer und die Nummer Ihres Tutoriums sowie den Namen Ihres Tutors auf die Blätter und heften Sie diese zusammen. Der späteste Abgabetermin ist dem jeweiligen Übungsblatt zu entnehmen. In der Regel ist dies um 12.30 Uhr am Freitag der folgenden Woche. Die Rückgabe der korrigierten Übungsblätter erfolgt in den Tutorien.

Übungsschein

Jede **K**-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer mindestens 28 Punkte in den Übungsblättern 1-7 und mindestens 24 Punkte in den Übungsblättern 8-13 erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Absolut notwendig für den Erhalt des Übungsscheines ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige Anmeldung werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte haben. Melden Sie sich so schnell wie möglich an!