Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
Dr. Maria Radosz

SS 2013

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik
2. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 3.5.2013, 12.30 Uhr

Aufgabe 4 (K)

a) Bestimmen Sie die Konvergenzbereiche der komplexen Potenzreihen

$$\text{i)} \sum_{k=1}^{\infty} a_k z^k, \qquad \text{ii)} \sum_{k=1}^{\infty} b_k (z+2)^{k+5}$$

wobei die komplexen Folgen $(a_k), (b_k)$ definiert sind durch

$$a_k = \frac{k^3}{1+ik}\left(\frac{1+2i}{4i}\right)^k \quad (k \in \mathbb{N}); \qquad b_k = \frac{(1-3i)^k e^{ik^2}}{k^4(2i+1)} \quad (k \in \mathbb{N}).$$

b) Bestimmen Sie die Reihenwerte von

$$\text{i)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1+i}{3}\right)^{k+1}, \qquad \text{ii)} \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{2-i}{2+5i}\right)^{k}.$$

Aufgabe 5 (K)

Berechnen Sie die komplexen Fourierreihen der folgenden Funktionen (jeweils 2π-periodisch fortgesetzt):

a) $f : (-\pi, \pi] \to \mathbb{R},\ f(t) = \frac{|t|}{\pi}$

b) $f : (-\pi, \pi] \to \mathbb{R},\ f(t) = \begin{cases} \frac{t}{\pi}, & t \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$

Aufgabe 6

Die Funktionen f, g und h sind für $(x, y) \neq (0, 0)$ durch

$$f(x,y) := \frac{xy^2}{x^2+y^2}, \qquad g(x,y) := \frac{xy^2}{x^2+y^4}, \qquad h(x,y) := \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$$

gegeben, und es sei $f(0,0) := g(0,0) := h(0,0) := 0$. Zeigen Sie:

a) Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ ist stetig.

b) Die Funktion g ist in $(0,0)$ nicht stetig, aber g ist im Nullpunkt „längs jeder Geraden stetig", d.h. für jedes feste $\varphi \in \mathbb{R}$ gilt $g(r\cos\varphi, r\sin\varphi) \to g(0,0)$ für $r \to 0$.

c) Die Funktion h ist in $(0,0)$ nicht stetig, aber die Grenzwerte

$$\lim_{x\to 0}\left(\lim_{y\to 0} h(x,y)\right) \qquad \text{und} \qquad \lim_{y\to 0}\left(\lim_{x\to 0} h(x,y)\right)$$

existieren und stimmen mit $h(0,0)$ überein.