

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

6. Übungsblatt Abgabe bis Freitag, 31.5.2013, 12.30 Uhr

Themen: Kettenregel, Jacobi-Matrix, Implizit definierte Funktionen

Aufgabe 16 (K). Die Funktionen $f, g, h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ seien gegeben durch

$$f(x, y) := (x^2, y^2), \quad g(x, y) := (\sin(xy), e^{x+y}), \quad h(x, y) := (e^x \cos y, \sinh x).$$

Berechnen Sie die Ableitungen von f , g und h , und ermitteln Sie dann mit Hilfe der Kettenregel die Ableitungen der Funktionen $g \circ f$ und $h \circ g$.

Aufgabe 17 (K).

(a) Die Funktion $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$f(x_1, x_2, y_1, y_2) := \begin{pmatrix} \cos x_1 + x_2 - y_1^2 - y_2^2 \\ x_1 - \sin(\pi x_2) - y_1^2 + y_2^2 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass durch die Gleichung $f(x_1, x_2, y_1, y_2) = (0, 0)$ in einer gewissen Umgebung U von $(0, 1)$ eine Funktion g mit $g(0, 1) = (1, 1)$ und

$$f(x_1, x_2, g(x_1, x_2)) = (0, 0) \quad \text{für alle } (x_1, x_2) \in U$$

implizit definiert wird, und berechnen Sie die Ableitung $g'(0, 1)$.

(b) Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$z^3 + 2z^2 - 3xyz + x^3 - y^3 = 0$$

in einer Umgebung von $(0, 0, -2)$ nach z aufgelöst werden kann. Geben Sie für die dadurch implizit definierte Funktion $g(x, y)$ die Ableitung g' in einer Umgebung von $(0, 0)$ als Funktion von x , y und $g(x, y)$ an.

Aufgabe 18.

(a) Sei $f(x, y, z) = x^3 - 2yz^2$. Zeigen Sie, dass eine offene Umgebung U von $(2, 1)$ und genau eine Funktion $g \in C^1(U, \mathbb{R})$ mit $f(x, y, g(x, y)) = 0$ und $g(2, 1) = 2$ existiert. Berechnen Sie $g'(2, 1)$.

(b) Sei

$$f(x_1, x_2, y_1, y_2) = \begin{pmatrix} \cos(\pi x_1 + y_1) + x_2^2 - y_2^5 \\ x_1 x_2 - e^{y_1} - \cos(\pi y_2) \end{pmatrix}$$

für $(x_1, x_2, y_1, y_2) \in \mathbb{R}^4$. Zeigen Sie, dass eine offene Umgebung U von $(x, y) = (-1, 0)$ und genau eine Funktion $g \in C^1(U, \mathbb{R}^2)$ mit $f(x, y, g(x, y)) = 0$ und $g(-1, 0) = (0, -1)$ existiert. Berechnen Sie $g'(-1, 0)$.

Prüfungsankündigung:
Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik
(Diplomvorprüfung bzw. Bachelor Modulprüfung)

Herbst 2013

Termine

- **Diplomvorprüfung**
Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:
11. September 2013, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)
- **Bachelor Modulprüfung**
Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:
11. September 2013, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

Anmeldung

- Für die **Diplomvorprüfung** im Zimmer 3A-26.1, Allianzgebäude bei Frau Ewald. Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen!
- Für die **Bachelor Modulprüfung** über QISPOS unter <https://studium.kit.edu>
- Für alle oben genannten Prüfungen gilt der **Anmeldeschluss**

10. August 2013.

Hörsaaleinteilung

Die Hörsaaleinteilung wird unter <http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/einteilung/de> rechtzeitig bekannt gegeben!