

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

7. Übungsblatt Abgabe bis Freitag, 7.6.2013, 12.30 Uhr

Themen: Umkehrsatz, Satz von Fubini

Aufgabe 19 (K).

(a) Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei gegeben durch

$$f(x, y) := \begin{pmatrix} \cosh(x) \cos(y) \\ \sinh(x) \sin(y) \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie: Es gibt eine Umgebung U von $(\log 2, \frac{\pi}{2})$ und eine Umgebung V von $(0, \frac{3}{4})$ so, dass U durch die Funktion f bijektiv auf V abgebildet wird. Berechnen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion $(f|_U)^{-1}$ in $(0, \frac{3}{4})$.

(b) Zeigen Sie, dass f in jedem Punkt $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ mit $x > 0$ lokal invertierbar ist. Zeigen Sie, dass f auf $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\}$ nicht injektiv ist.

Aufgabe 20 (K). Berechnen Sie folgende Integrale auf den jeweils gegebenen Intervallen.

(a) $I = [0, 1] \times [-1, 2]$, $\int_I 3x^2 + xy + y^2 d(x, y)$

(b) $I = [0, \pi] \times [-\frac{\pi}{2}, 2\pi]$, $\int_I y \sin(x) + x \sin(y) d(x, y)$

(c) $I = [1, 2] \times [2, 3] \times [0, 2]$, $\int_I \frac{2z}{(x+y)^2} d(x, y, z)$

(d) $I = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$, $\int_I \frac{x^2 z^3}{1+y^2} d(x, y, z)$

Aufgabe 21.

(a) Die Funktion $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ sei definiert durch $g(x, y) := (x + y, x^2)$. Bestimmen Sie alle Punkte, zu denen eine Umgebung existiert, auf der g injektiv ist, und geben Sie die Umkehrabbildung jeweils konkret an.

(b) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$(i) \int_{[0,1] \times [0,1]} (xy + y^2) d(x, y), \quad (ii) \int_{[-1,0] \times [0,2]} \cosh(2x + y) d(x, y).$$

Berechnen Sie für (ii) sowohl $\int_{[0,2]} \left(\int_{[-1,0]} \cosh(2x + y) dx \right) dy$, als auch $\int_{[-1,0]} \left(\int_{[0,2]} \cosh(2x + y) dy \right) dx$.

Anmeldung

- Für die **Diplomvorprüfung** im Zimmer 3A-26.1, Allianzgebäude bei Frau Ewald. Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen!
- Für die **Bachelor Modulprüfung** über QISPOS unter <https://studium.kit.edu>
- Für alle oben genannten Prüfungen gilt der **Anmeldeschluss**

10. August 2013.

- Die Hörsaaleinteilung wird unter folgendem Link rechtzeitig bekannt gegeben:
<http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/einteilung/de>