

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik 8. Übungsblatt

Abgabe bis Freitag, 14.6.2013, 12.30 Uhr

Themen: Integration, Normalbereich, Satz von Fubini, Prinzip von Cavalieri

Aufgabe 22 (K). Sei B Normalbereich sowohl bezüglich der x - als auch der y -Achse, i.e. es existieren Intervalle $[a, b], [c, d] \subseteq \mathbb{R}$ sowie stetige Funktionen $\phi_1, \phi_2 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $\psi_1, \psi_2 : [c, d] \rightarrow \mathbb{R}$, so dass

$$\begin{aligned} B &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [a, b], y \in [\phi_1(x), \phi_2(x)]\} \\ &= \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [c, d], x \in [\psi_1(y), \psi_2(y)]\}. \end{aligned}$$

Sei ferner $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Aus der Vorlesung ist bekannt, dass der Satz über die Vertauschung der Integrationsreihenfolge gilt:

$$\int_a^b \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} f(x, y) \, dy \, dx = \int_c^d \int_{\psi_1(y)}^{\psi_2(y)} f(x, y) \, dx \, dy. \quad (*)$$

Bestimmen Sie in den nachfolgenden Integrationen die Funktionen $\phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2$ auf entsprechenden Intervallen und vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge gemäß (*). f sei dabei eine stetige Funktion.

$$\begin{array}{ll} (i) \int_0^1 \int_0^x f(x, y) \, dy \, dx & (ii) \int_1^4 \int_{\sqrt{x}}^2 f(x, y) \, dy \, dx \\ (iii) \int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin y} f(x, y) \, dx \, dy & (iv) \int_0^1 \int_{1-y^2}^{\sqrt{1-y^2}} f(x, y) \, dx \, dy \end{array}$$

Aufgabe 23 (K).

(a) Skizzieren Sie die Menge $B \subseteq \mathbb{R}^2$ bzw. $C \subseteq \mathbb{R}^3$ und berechnen Sie deren Flächeninhalt bzw. deren Volumen. *Hinweis:* Prinzip von Cavalieri.

(a.1) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4}x^2 - 1 \leq y \leq 2 - x\}$

(a.2) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : r^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\} \quad (0 < r < R)$

(b) Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale und berechnen Sie deren Wert. *Hinweis:* Satz von Fubini.

(b.1) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [0, 1], y \leq x \leq 1\}, \int_D e^{x^2} \, d(x, y)$

(b.2) $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \in [0, 1], y \leq x \leq y^2 + 1\}, \int_D x^2 y \, d(x, y)$

Aufgabe 24.

- (a) Skizzieren Sie die Menge $B \subseteq \mathbb{R}^2$ bzw. $C \subseteq \mathbb{R}^3$ und berechnen Sie deren Flächeninhalt bzw. deren Volumen. *Hinweis:* Prinzip von Cavalieri.

(a.1) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y^2 \leq x \leq 4 - y^2\}$

(a.2) $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1 - z, 0 \leq z \leq 1\}$

- (b) Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale und berechnen Sie deren Wert. *Hinweis:* Satz von Fubini.

(b.1) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq z \leq 2\}, \int_D x \, d(x, y, z)$

(b.2) $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \leq 1, y \geq 0, y \leq x, 0 \leq z \leq 1\}, \int_D \frac{\sin x}{x} \, d(x, y, z)$

Prüfungsankündigung:
Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik
(Diplomvorprüfung bzw. Bachelor Modulprüfung)

Herbst 2013

Termine

- **Diplomvorprüfung**

Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

11. September 2013, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

- **Bachelor Modulprüfung**

Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:

11. September 2013, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2)

Anmeldung

- Für die **Diplomvorprüfung** im Zimmer 3A-26.1, Allianzgebäude bei Frau Ewald. Zur Anmeldung ist die Zulassung vom Prüfungsamt (Studienbüro) mitzubringen!
- Für die **Bachelor Modulprüfung** über QISPOS unter <https://studium.kit.edu>
- Für alle oben genannten Prüfungen gilt der **Anmeldeschluss**

10. August 2013.

- Die Hörsaaleinteilung wird unter folgendem Link rechtzeitig bekannt gegeben:
<http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/einteilung/de>