

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

10. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 29.06.2015, 12.30 Uhr

Aufgabe 37 (K)

- (a) Berechnen Sie für die Menge

$$A := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 \text{ und } x^2 + y^2 \leq (1 - z)^2\}$$

das Integral

$$\int_A (x^2 + y^2)^2 e^{2(1-z)^7} d(x, y, z).$$

Hinweis: Zylinderkoordinaten.

- (b) Bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_B 8z(x^2 + y^2) d(x, y, z), B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}.$$

Aufgabe 38

- (a) Berechnen Sie die folgenden Integrale bzw. Grenzwerte:

(i) $\int_B \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} d(x, y, z)$, wobei B die Kugel um 0 mit Radius $R > 0$ ist.

(ii) $\lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{B_\rho} \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} d(x, y, z)$, wobei B_ρ die Kugelschale $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \rho^2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$ mit $0 < \rho < R$ ist.

(iii) $\lim_{R \rightarrow \infty} \int_{B_R} \frac{1}{(1 + x^2 + y^2 + z^2)^2} d(x, y, z)$, wobei B_R die Kugel um 0 mit Radius $R > 0$ ist.

(iv) $\int_B \frac{z}{1 + x^2 + y^2} d(x, y, z)$, wobei $B := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$.

- (b) Es sei $f: [0, R] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig ($R > 0$) und es sei B die Kugel um 0 mit Radius R . Zeigen Sie, dass dann

$$\int_B f(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}) d(x, y, z) = 4\pi \int_0^R r^2 f(r) dr$$

gilt.

Aufgabe 39

Berechnen Sie für $a > 0$ das Volumen des sogenannten *Vivianischen Körpers*, also von

$$V_a := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2 \text{ und } x^2 + y^2 \leq ax\}.$$

Aufgabe 40 (K)

Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf geeigneten Intervallen:

(a) $\log(y'(x)) = x - y(x) - e^{y(x)}$, $y(1) = 0$,

(b) $x(1 + x^2)y(x)y'(x) = 1 + y^2(x)$, $y(1) = 2$.

Klausur

Die schriftliche Prüfung der HM I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik findet am 15.09.2015 von 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2) statt. Die Anmeldung für die Bachelor-Modulprüfung ist im QISPOS freigeschaltet. Der Anmeldeschluss ist der **1. September 2015**.

Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige **Anmeldung bis spätestens 30.06.2015** werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte gesammelt haben!