Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
M. Sc. Andreas Hirsch

SS 2015
13.07.2015

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

13. Übungsblatt - Ferienblatt

keine Abgabe

Aufgabe 49
Es sei $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ eine stückweise glatte und absolut integrierbare Funktion. Beweisen Sie die nachfolgenden Aussagen:

(a) Ist f stetig differenzierbar und existiert ein $a > 0$ mit $f(t) = 0$ für alle $|t| \geq a$, so gelten $\lim_{s\to\infty} \hat{f}(s) = 0$ und $\lim_{s\to-\infty} \hat{f}(s) = 0$.

(b) Ist f reellwertig und gerade (d.h. es gilt $f(t) = f(-t)$ für alle $t \in \mathbb{R}$), so ist auch $\hat{f}$ reellwertig und gerade.

Bemerkung: Die Aussage aus Teil (a) gilt allgemeiner, d.h. auch für Funktionen ohne kompakten Träger und ist unter dem Namen *Lemma von Riemann-Lebesgue* bekannt.

Aufgabe 50
Betrachten Sie die Funktion

$$f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; f(x) = \max\left\{0, x - x^2\right\}$$

sowie die Funktionen

$$f_n\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}; f_n(x) = nf(nx) \quad (n \in \mathbb{N})$$

(a) Bestimmen Sie die Fouriertransformierte von f.

(b) Bestimmen Sie $\lim_{n\to\infty} \hat{f}_n(s)$ für alle $s \in \mathbb{R}$.

Aufgabe 51
Berechnen Sie jeweils die Fouriertransformierte der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{C}$.

(a) $f(t) = te^{-|t|}$.

(b) $f(t) = \max\{0, 1 - |t|\}$.

(c) $f(t) = \begin{cases} e^{it}, 0 \leq t \leq 1, \\ 0,\ \text{sonst.} \end{cases}$

(d) $f(t) = \begin{cases} \cos(t), -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0,\ \text{sonst.} \end{cases}$

Aufgabe 52
Bestimmen Sie

$$CH - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin(2x)}{(1+x^2)^2}dx.$$

Klausur
Die schriftliche Prüfung der HM I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik findet am 15.09.2015 von 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2) statt. Die Anmeldung für die Bachelor-Modulprüfung ist im QISPOS freigeschaltet. Der Anmeldeschluss ist der **1. September 2015**.