Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
M. Sc. Andreas Hirsch

SS 2015
27.04.2015

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

2. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 04.05.2015, 12.30 Uhr

Aufgabe 5 (K)
Untersuchen Sie die folgenden komplexen Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Reihenwert.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+i)^n}$,

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n+i}{n-2in}\right)^n$,

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+i)(n+i+1)}$,

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n-i\sqrt{n}}$.

Aufgabe 6

(a) Zeigen Sie: Ist $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$, so gilt

$$|\sin(z)|^2 = \frac{1}{4}\left(e^{2y} + e^{-2y} - 2\cos(2x)\right).$$

(b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für welche die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nz)}{2^n}$$

konvergiert.

(c) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für welche die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nz)}{n^2}$$

konvergiert.

Aufgabe 7 (K)
Berechnen Sie die komplexe Fourierreihe für die folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = x$ für $x \in (-\pi, \pi]$ und $f(x + 2\pi) = f(x)$,

(b) $f(x) = 1 + x + |x|$ für $x \in (-2, 2]$ und $f(x + 4) = f(x)$.

Aufgabe 8

(a) Seien $r \in [0, 1)$ und $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie mithilfe der komplexen Exponentialfunktion:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos(nx) = \frac{1 - r\cos(x)}{1 - 2r\cos(x) + r^2}.$$

(b) Untersuchen Sie die komplexe Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ auf Konvergenz.

(c) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=0}^{\infty} \left((1+i)^n + (1-i)^n\right) z^n$.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige **Anmeldung bis spätestens 30.06.2015** werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte gesammelt haben!