

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

5. Übungsblatt

Abgabe bis **Dienstag, 26.05.2015, 11.00 Uhr**

Aufgabe 17 (K)

Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema der folgenden Funktionen, und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Maxima oder Minima handelt.

- (a) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f(x, y) = (x^2 + 2y^2)e^{-x^2 - y^2}$,
- (b) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f(x, y) = x^4 + y^4 + 4xy - 2x^2 - 2y^2$.

Aufgabe 18

Es sei $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}; f(x, y) := 2x^2 - 3xy^2 + y^4$ gegeben. Zeigen Sie, dass f auf allen Geraden durch $(0, 0)$ ein Minimum in $(0, 0)$ besitzt. Zeigen Sie weiterhin, dass $(0, 0)$ aber kein lokales Minimum von f ist.

Aufgabe 19

Begründen Sie, warum die folgenden Funktionen $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ Maximum und Minimum annehmen, und berechnen Sie diese.

- (a) $f(x, y) := x^2y - 4xy + 4y - 2x^2 - 2$ für alle $(x, y) \in M := [0, 5]^2$,
- (b) $f(x, y) := x^4 + y^4 - 2x^2 - 2y^2 + 4xy$ für alle $(x, y) \in M := \overline{U}_{\sqrt{2}}((0, 0))$.

Hinweis zu (b): Sie dürfen ohne Beweis $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x, y)\| = \sqrt{2}\} = \{(\sqrt{2} \cos(t), \sqrt{2} \sin(t)) : t \in [0, 2\pi]\}$ verwenden.

Aufgabe 20 (K)

Es sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) := 12x^4 - 7x^2y + y^2$ gegeben.

- (a) Berechnen Sie alle stationären Punkte von f .
- (b) Ist die hinreichende Bedingung zur Klassifikation von stationären Punkten anwendbar?
- (c) Zeigen Sie, dass f im Ursprung längs jeder Geraden durch Null ein lokales Minimum besitzt.
- (d) Besitzt f auch längs jeder Parabel $y = ax^2$ mit $a \in \mathbb{R}$ ein Minimum im Ursprung?

Übungsschein

Jede (**K**)-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige **Anmeldung bis spätestens 30.06.2015** werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte gesammelt haben!