

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

8. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 15.06.2015, 12.30 Uhr

Aufgabe 29 (K)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

- (a) $\int_{[1,2] \times [1,2]} e^{x+y} d(x, y),$
- (b) $\int_{[1,2] \times [2,3] \times [0,2]} \frac{2z}{(x+y)^2} d(x, y, z),$
- (c) $\int_{[-1,0] \times [0,2]} \cosh(2x + y) d(x, y),$
- (d) $\int_{[0,1] \times [0,1] \times [2,3]} \frac{x^2 z^3}{1+y^2} d(x, y, z).$

Aufgabe 30

Wir betrachten die Funktion

$$f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}; f(x, y) := \begin{cases} \frac{1}{y^2}, & \text{falls } 0 < x < y < 1, \\ -\frac{1}{x^2}, & \text{falls } 0 < y < x < 1, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass die iterierten Integrale

$$\int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dx \right) dy \quad \text{und} \quad \int_0^1 \left(\int_0^1 f(x, y) dy \right) dx$$

existieren, aber voneinander verschieden sind.

Aufgabe 31

Es sei $A \subseteq \mathbb{R}^n$ eine messbare Menge. Zudem seien $x_0 \in \mathbb{R}^n$ und $\alpha > 0$. Zeigen Sie, dass

$$x_0 + A := \{x_0 + x : x \in A\} \subseteq \mathbb{R}^n \quad \text{sowie} \quad \alpha A := \{\alpha x : x \in A\} \subseteq \mathbb{R}^n$$

ebenfalls messbar sind, und dass $|x_0 + A| = |A|$ und $|\alpha A| = \alpha^n |A|$ für die Inhalte gilt.

Aufgabe 32 (K)

Berechnen Sie mit Hilfe des Satzes von Cavalieri den Inhalt der Menge K , wenn

(a) $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq x + y\}$,

(b) $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in [0, 1]^2, 0 \leq z \leq x^2 + y^2\}$,

(c) $K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y) \in [0, 2]^2, 0 \leq z \leq xy^2 + y^3\}$,

(d) $K \subseteq \mathbb{R}^2$ die Ellipse $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\}$ ist, wobei $a, b > 0$ sind.

Klausur

Die schriftliche Prüfung der HM I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik findet am 15.09.2015 von 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2) statt. Die Anmeldung für die Bachelor-Modulprüfung ist im QISPOS freigeschaltet. Der Anmeldeschluss ist der **1. September 2015**.

Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige **Anmeldung bis spätestens 30.06.2015** werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte gesammelt haben!