

## Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

### 9. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 22.06.2015, 12.30 Uhr

#### Aufgabe 33

Skizzieren Sie die folgenden Mengen  $B \subseteq \mathbb{R}^2$ , und berechnen Sie jeweils den Inhalt  $|B|$ .

- (a)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4}x^2 - 1 \leq y \leq 2 - x\}$ ,
- (b)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y^2 \leq x \leq 4 - y^2\}$ ,
- (c)  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0, xy \leq 1, (2 - x)(2 - y) \geq 0\}$ .

#### Aufgabe 34 (K)

(a) Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(i)  $\int_B \cosh \frac{x}{y+1} d(x, y)$ , wobei  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, y - x \geq -1, y^2 - x - 1 \leq 0\}$ ,

(ii)  $\int_B (y + x^2) d(x, y)$ , wobei  $B$  das Dreieck mit den Ecken  $(0, 0)$ ,  $(1, 5)$ ,  $(5, 1)$  ist.

(b) Die Menge  $B \subseteq \mathbb{R}^3$  sei durch die Ebenen  $x = 0, y = 0, z = 0$  und  $x + y + 2z = 1$  begrenzt. Berechnen Sie das Integral  $\int_B \sin z d(x, y, z)$ .

#### Aufgabe 35

(a) Es seien  $a < b$  reelle Zahlen und  $f, g \in C([a, b])$  mit  $0 \leq f(x) \leq g(x)$  für alle  $x \in [a, b]$ .  
Des weiteren sei

$$B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \in [a, b], f(x) \leq y \leq g(x)\}.$$

Zeigen Sie, dass für den Rotationskörper  $K$ , der durch Rotation von  $B$  um die  $x$ -Achse entsteht, folgende Gleichung gilt:

$$|K| = 2\pi \int_B y d(x, y).$$

(b) Berechnen Sie den Inhalt des Rotationskörpers

$$K = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \in [a, b], y^2 + z^2 \leq f(x)^2\}$$

für

- (i)  $a = -\pi, b = \pi$  und  $f(x) = |\sin(nx)|$  ( $n \in \mathbb{N}$ );
- (ii)  $a = 0, b = 1$  und  $f(x) = x\sqrt{1 - x^2}$ .

### Aufgabe 36 (K)

(a) Seien  $B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$  und  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Für welche  $\alpha$  existiert das Integral

$$\int_B \frac{1}{(x^2 + y^2)^\alpha} d(x, y)?$$

Berechnen Sie im Falle der Existenz auch dessen Wert in Abhängigkeit von  $\alpha$ .

(b) Sei  $B := \{(r \cos \varphi, r \sin \varphi) : \varphi \in [0, 2\pi], 0 \leq r \leq \alpha(1 + \cos \varphi)\}$ , wobei  $\alpha > 0$  gegeben ist. Berechnen Sie das Integral

$$\int_B x d(x, y)$$

durch Übergang in Polarkoordinaten.

*Hinweis: Beweisen und nutzen Sie zudem für  $n \in \mathbb{N}$  mit  $n \geq 2$  die Rekursionsformel*

$$\int_0^{2\pi} \cos^n \varphi d\varphi = \frac{n-1}{n} \int_0^{2\pi} \cos^{n-2} \varphi d\varphi.$$

### Klausur

Die schriftliche Prüfung der HM I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik findet am 15.09.2015 von 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2) statt. Die Anmeldung für die Bachelor-Modulprüfung ist im QISPOS freigeschaltet. Der Anmeldeschluss ist der **1. September 2015**.

### Übungsschein

Jede (K)-Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Einen Übungsschein erhält, wer in den Übungsblättern 1-7 und 8-14 **jeweils** mindestens 28 Punkte erzielt.

### Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im QISPOS-System (Selbstbedienungsfunktionen für Studierende). Die Prüfungsnummer des Scheins lautet 263. Ohne eine rechtzeitige **Anmeldung bis spätestens 30.06.2015** werden Sie den Schein nicht bekommen, selbst wenn Sie genügend Punkte gesammelt haben!