

## Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

### 12. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 18.07.2016, 12.30 Uhr

#### Aufgabe 1:

Bestimmen Sie jeweils ein Fundamentalsystem zu folgenden Differentialgleichungen:

$$(a) \quad y'(x) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix} y(x) \qquad (b) \quad y'(x) = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} y(x).$$

#### Aufgabe 2 (K):

Bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems

$$y'(x) = Ay(x) + b(x), \quad y(0) = y_0,$$

wobei die Matrix  $A$ , die Funktion  $b$  und der Anfangswert  $y_0$  gegeben sind durch

$$A := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b(x) := \begin{pmatrix} 2x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y_0 := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

#### Aufgabe 3:

Ein Tank enthält 1000 Liter Wasser, in dem 50kg Salz gelöst sind. Beginnend zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  fließen pro Minute 10 Liter der Lösung aus dem Tank ab. Gleichzeitig fließt 10 Liter Wasser mit einem Salzgehalt von 2kg zu (Damit ist Zuflussvolumen gleich Abflussvolumen).

- Stellen Sie die zu diesem Prozess gehörige Differentialgleichung auf und lösen Sie diese, d.h. bestimmen Sie wie groß der Salzgehalt  $s$  zur Zeit  $t \geq 0$  ist.
- Mit welchem Salzgehalt im Tank ist nach langer Zeit zu rechnen.

Hinweis: Sie können einfachheitshalber annehmen, dass Wasser und Salz zu jeder Zeit vollständig durchmischt sind.

#### Aufgabe 4 (K):

Berechnen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungen. Verwenden Sie für das Finden einer partikulären Lösung zum Beispiel den angegebenen Ansatz:

(a)  $y'''(x) - y(x) = 1 + x^2$ ,  $y_p(x) = ax^2 + bx + c$  mit  $a, b, c \in \mathbb{R}$

(b)  $y''(x) - y(x) = xe^x$ ,  $y_p(x) = (ax^2 + bx)e^x$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$

(c)  $y''(x) - y(x) = xe^{2x}$ ,  $y_p(x) = (ax + b)e^{2x}$  für  $a, b \in \mathbb{R}$

(d)  $y'''(x) - 4y''(x) + 3y'(x) = 2 \cos(x) + 4 \sin(x)$ ,  $y_p(x) = a \cos(x) + b \sin(x)$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**Anmeldung für die Klausur** Die Klausur "Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik" findet statt am 30.08.2016 von 08-00Uhr-10:00Uhr (Teil I) und 11:00Uhr-13:00Uhr (Teil II). Die Anmeldungen im CAS-System (keine Prüfungsnummer) und QISPOS-System (Prüfungsnummer 265) sind möglich, sobald der Übungsschein als bestanden eingetragen ist. Der Anmeldeschluss ist der 16.08.2016. Spätere Anmeldungen können nicht berücksichtigt werden.

#### Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-System (keine Prüfungsnummer), bzw. im QISPOS-System (Prüfungsnummer 263). Ohne eine rechtzeitige Anmeldung bis spätestens 23.07.2016 wird Ihnen der Schein nicht anerkannt, unabhängig davon, wie viele Punkte Sie gesammelt haben.