

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

3. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 16.05.2016, 12.30 Uhr

Aufgabe 1:

Untersuchen Sie die folgenden komplexen Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Reihenwert.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1-i)^n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{7n+i}{n+in}\right)^n$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n-i)(n-i-1)}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+i\sqrt{n}}$

Aufgabe 2 (K):

Berechnen Sie die komplexe Fourierreihe für die folgenden Funktionen:

(a) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) = x$ ($x \in [0, 1)$), $f(x+1) = f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$).

(b) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, $f(x) = |x|$ ($x \in [-\pi, \pi)$), $f(x+2\pi) = f(x)$ ($x \in \mathbb{R}$).

Aufgabe 3 (K):

(a) Zeigen Sie: Ist $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$, so gilt:

$$|\cos(z)|^2 = \frac{1}{4} (e^{2y} + e^{-2y} + 2 \cos(2x))$$

(b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die die folgende Reihe konvergiert:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nz)}{2^n}$$

(c) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, für die die folgende Reihe konvergiert:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nz)}{n^2}$$

Aufgabe 4:

(a) Seien $r \in [0, 1)$ und $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie mit Hilfe der komplexen Exponentialfunktion:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n \cos(nx) = \frac{1 - r \cos(x)}{1 - 2r \cos(x) + r^2}.$$

(b) Untersuchen Sie die komplexe Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ auf Konvergenz.

(c) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} ((1+i)^n + (1-i)^n) z^n$.