Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. Gerd Herzog
M. Sc. Peter Rupp

SoSe 2016
23.05.2016

Höhere Mathematik II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

5. Übungsblatt

Abgabe bis Montag, 30.05.2016, 12.30 Uhr

Aufgabe 1:
Sei D ein Gebiet und $f : D \to \mathbb{R}$ sei differenzierbar auf D mit $f'(x) = 0$ $(x \in D)$. Beweisen Sie, dass f konstant ist.

Aufgabe 2:
Bestimmen Sie alle differenzierbaren Funktionen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ mit

$$grad\, f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2,\ 2xy + z,\ 2xz + y).$$

Aufgabe 3 (K):
In Richtung welcher Vektoren $v \in \mathbb{R}^2$, $\|v\| = 1$ ist $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ in $(0, 0)$ differenzierbar?

(a) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^4+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$

(b) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2y+xy^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$

Stimmt im differenzierbaren Fall die Richtungsableitung mit $grad\, f(0, 0) \cdot v$ überein?

Aufgabe 4 (K):
Es seien $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ und $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ definiert durch

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y^5}{2x^4+y^4} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}, \qquad g(t) = (t, t).$$

a) Zeigen Sie: f ist in $(0, 0)$ stetig und partiell differenzierbar.

b) Zeigen Sie, dass $(f \circ g)'(0) \neq grad\, f(0, 0) \cdot g'(0)$. Warum ist dies kein Widerspruch zur Kettenregel?

Anmeldung für den Übungsschein

Notwendig für den Erhalt des Übungsscheins ist eine Anmeldung im CAS-System (keine Prüfungsnummer), bzw. im QISPOS-System (Prüfungsnummer 263). Ohne eine rechtzeitige Anmeldung bis spätestens 23.07.2016 wird Ihnen der Schein nicht anerkannt, unabhängig davon, wie viele Punkte Sie gesammelt haben.